

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

# Matemática

Resolução de Exercícios

Eraldo Gonçalves Correia

volume

01



COLEÇÃO PRÉ-UNIVERSITÁRIO  
EM FASCÍCULOS

ORGANIZADOR: Prof. Clayton Lima  
7ª Edição – Fortaleza – CE – 2016

  
Smile Editorial



Todos os direitos reservados.  
É proibida a reprodução, mesmo parcial, por qualquer processo, seja eletrônico, mecânico ou qualquer outro, sem a autorização prévia, por escrito, da editora.

**Direção Editorial:** Clayton Lima  
**Gerência Editorial:** Lourdes Amaral  
**Autoria:** Eraldo Gonçalves Correia  
**Coordenação Editorial:** Tatyane Pereira  
**Assistência Editorial:** Ronaldo Oliveira  
**Capas e Projeto Gráfico:** Edwaldo Junior e Rodrigo Eneás  
**Imagem da Capa:** Stock.xchng  
**Ilustração:** Edwaldo Junior  
**Diagramação:** Smile Editorial  
**Revisão:** Smile Editorial

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Bibliotecária: Camila Stela Pereira Nunes CRB 3ª Região 861

C824 Correia, Eraldo Gonçalves.  
Matemática: Resolução de Exercícios / Eraldo Gonçalves Correia –  
Fortaleza: Smile Editorial, 2016.  
I v. ; 55 p. – (Coleção Pré-Universitário em Fascículos, 025)  
  
Obra em fascículos.  
ISBN 978-85-456-0170-8  
  
I. Matemática: Resolução de Exercícios. Título.  
  
CDD 510

Índice para catálogo sistemático:  
I. Matemática 510

**Ano 2016**

### Neste Volume

➤ <b>MATEMÁTICA I</b> .....	01
➤ <b>MATEMÁTICA II</b> .....	10
➤ <b>MATEMÁTICA III</b> .....	20
➤ <b>MATEMÁTICA IV</b> .....	34
➤ <b>MATEMÁTICA V</b> .....	46

**Smile Editorial**

Rua Pereira Filgueiras, 15  
CEP: 60.160 -150 – Fortaleza – Ceará – Brasil  
smile@smileeditorial.com.br

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

# MATEMÁTICA I – 2016

## VOLUME I – Matemática I

Capítulo	Título	Subtítulo	Tópicos	Nº de Aulas Sugerido	Previsão do Professor
1	Conhecimentos Numéricos	Operações em Conjuntos Numéricos (Potenciação nos Reais e Radiciação nos Reais), Divisibilidade, Fatoração	1. Potenciação e Radiciação nos Reais 2. Produtos Notáveis 3. Divisibilidade	5	
2	Conhecimentos Algébricos	Equações do 1º Grau, Equações do 2º Grau e Equações Irracionais	1. Equações do 1º Grau 2. Equações do 2º Grau e Equações Irracionais	2	
Aula de Comentários dos Exercícios de Revisão e Aprofundamento				1	

## VOLUME II – Matemática I

Capítulo	Título	Subtítulo	Tópicos	Nº de Aulas Sugerido	Previsão do Professor
3	Conhecimentos Numéricos	Razão e Proporção, Relações de Dependência entre Grandezas, Regra de Três e Escala	1. Razão e Proporção 2. Relações de Dependência entre Grandezas 3. Regra de Três Simples 4. Escala 5. Regra de Três Composta	7	
Aula de Comentários dos Exercícios de Revisão e Aprofundamento				1	

## VOLUME III – Matemática I

Capítulo	Título	Subtítulo	Tópicos	Nº de Aulas Sugerido	Previsão do Professor
4	Conhecimentos Numéricos	Porcentagem e Juros	1. Porcentagem 2. Juros Simples e Juros Compostos	6	
Aula de Comentários dos Exercícios de Revisão e Aprofundamento				1	

## VOLUME IV – Matemática I

Capítulo	Título	Subtítulo	Tópicos	Nº de Aulas Sugerido	Previsão do Professor
5	Conhecimentos de Estatística	Representação e Análise de Dados; Medidas de Tendência Central (Média, Moda e Mediana); Desvios e Variância; Distribuição de Frequência em Intervalos de Classe;	1. Estatística – Definições Iniciais 2. Leitura e Interpretação de Gráficos 3. Medidas de Posição Central 3.1 Média 3.2 Moda e Mediana 4. Medidas de Dispersão 4.1 Desvio Padrão 4.2 Variância 4.3 Saiba Mais: Distribuição de Frequência em Intervalos de Classe	6	
Aula de Comentários dos Exercícios de Revisão e Aprofundamento				1	
Apêndice	Conhecimentos Algébricos	Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares	1. Matrizes 2. Determinantes 3. Matriz Inversa 4. Propriedades dos Determinantes 5. Sistemas Lineares	6	

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

# MATEMÁTICA II – 2016

## VOLUME I – Matemática II

Capítulo	Título	Subtítulo	Tópicos	Nº de Aulas Sugerido	Previsão do Professor
1	Conhecimentos Numéricos	Teoria dos Conjuntos e o Conjunto dos Números Reais	1. Conjuntos – Conceitos Básicos e Operações 2. Conjunto dos Números – Naturais, Inteiros, Racionais, Irracionais e Reais	4	
2	Conhecimentos Algébricos	Definição de Função e Função Polinomial do 1º Grau	1. Funções 1.1 Exemplos de Funções Presentes em Nosso Cotidiano 2. Função Afim ou Polinomial do 1º Grau 2.1 Funções do 1º Grau em Nosso Cotidiano 2.2 Definições 2.3 Taxa de Variação de Y em Relação à Variação de X 2.4 Gráficos	3	
Aula de Comentários dos Exercícios de Revisão e Aprofundamento				1	

## VOLUME II – Matemática II

Capítulo	Título	Subtítulo	Tópicos	Nº de Aulas Sugerido	Previsão do Professor
3	Conhecimentos Algébricos	Função Polinomial do 1º Grau – Resolução de Problemas; Composição de Funções; Função Inversa e Inequações	1. Função Polinomial do 1º Grau – Resolução de Problemas Contextualizados 2. Composição de Funções 3. Função Inversa 4. Inequações do 1º Grau	3	
4	Conhecimentos Algébricos	Função Polinomial do 2º Grau – Parte I	1. Função Polinomial do 2º Grau ou Quadrática 1.1 Definição 1.2 Raízes ou Zeros da Função 1.3 Gráfico da Função Quadrática, Características e Construção 1.4 Forma Canônica e os Valores Máximo e Mínimo da Função 1.5 Problemas sobre Máximo e Mínimo da Função	4	
Aula de Comentários dos Exercícios de Revisão e Aprofundamento				1	

### VOLUME III – Matemática II

Capítulo	Título	Subtítulo	Tópicos	Nº de Aulas Sugerido	Previsão do Professor
5	Conhecimentos Algébricos	Função Polinomial do 2º Grau – Parte II	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Função Polinomial do 2º Grau – Outros Tópicos                             <ol style="list-style-type: none"> <li>1.1 O Plano Inclinado de Galileu – Um Exemplo de Modelagem Matemática Utilizando Função Quadrática</li> <li>1.2 Implicações da Ideia de Proporcionalidade no Ensino de Funções Quadráticas</li> </ol> </li> <li>2. Inequações do 2º Grau</li> </ol>	2	
6	Conhecimentos Algébricos	Modelagem Matemática	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Resolução de Problemas Usando Representações Algébricas</li> <li>2. Funções Definidas por Várias Sentenças</li> <li>3. Resolução de Problemas com Dados em Gráficos Cartesianos</li> </ol>	4	
<b>Aula de Comentários dos Exercícios de Revisão e Aprofundamento</b>				1	

### VOLUME IV – Matemática II

Capítulo	Título	Subtítulo	Tópicos	Nº de Aulas Sugerido	Previsão do Professor
7	Conhecimentos Algébricos	Funções e Equações Exponenciais; Funções e Equações Logarítmicas	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Equações Exponenciais</li> <li>2. Funções Exponenciais</li> <li>3. Logaritmos e suas Propriedades</li> <li>4. Funções Logarítmicas</li> <li>5. Equações Logarítmicas</li> </ol>	6	
<b>Aula de Comentários dos Exercícios de Revisão e Aprofundamento</b>				1	
Apêndice	Conhecimento Algébrico / Lógica Matemática	Inequações Exponenciais e Logarítmicas; Função Modular; Introdução à Lógica	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Inequações Exponenciais e Logarítmicas</li> <li>2. Função Modular</li> <li>3. Os Princípios da Lógica de Aristóteles</li> </ol>	6	

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

# MATEMÁTICA III – 2016

## VOLUME I – Matemática III

Capítulo	Título	Subtítulo	Tópicos	Nº de Aulas Sugerido	Previsão do Professor
I	Conhecimentos Geométricos	Características das Figuras Geométricas Planas; Ângulos, Triângulos e Quadriláteros; Congruências; Comprimentos e Áreas	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Conceitos da Geometria Plana e Ângulos               <ol style="list-style-type: none"> <li>1.1 Conceitos Intuitivos e sua Representação Gráfica</li> <li>1.2 Ângulos</li> </ol> </li> <li>2. Triângulos</li> <li>3. Quadriláteros, Trapézios, Paralelogramos</li> <li>4. Base Média e Pontos Notáveis de um Triângulo</li> <li>5. Polígonos</li> <li>6. Áreas das Figuras Planas</li> <li>7. Equivalência de Áreas; Outras Expressões para a Área do Triângulo</li> </ol>	7	
Aula de Comentários dos Exercícios de Revisão e Aprofundamento				I	

## VOLUME II – Matemática III

Capítulo	Título	Subtítulo	Tópicos	Nº de Aulas Sugerido	Previsão do Professor
2	Conhecimentos Geométricos	Características das Figuras Geométricas Planas, Posições de Retas no Plano; Simetrias de Figuras Planas; Congruência e Semelhança de Triângulos; Teorema de Tales; Relações Métricas no Triângulo Retângulo e no Círculo	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Teorema de Tales e a Semelhança de Triângulos               <ol style="list-style-type: none"> <li>1.1 Teorema de Tales</li> <li>1.2 Semelhança de Triângulos – Definição</li> </ol> </li> <li>2. As Transformações Geométricas               <ol style="list-style-type: none"> <li>2.1 Isometrias</li> <li>2.2 Homotetias</li> </ol> </li> <li>3. Resolução de Exercícios</li> <li>4. Relações Métricas no Triângulo Retângulo</li> <li>5. Ângulos na Circunferência</li> <li>6. Relações Métricas no Círculo</li> </ol>	7	
Aula de Comentários dos Exercícios de Revisão e Aprofundamento				I	

### VOLUME III – Matemática III

Capítulo	Título	Subtítulo	Tópicos	Nº de Aulas Sugerido	Previsão do Professor
3	Conhecimentos Geométricos	Características das Figuras Geométricas Planas e Espaciais; Áreas e Volumes; Unidades de Medida e Escalas; Posições de Retas no Espaço; Simetrias de Figuras Espaciais – Parte I	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Área do Círculo e de suas Partes</li> <li>2. Poliedros</li> <li>3. Prismas</li> <li>4. Paralelepípedo e Cubo</li> <li>5. Pirâmides</li> <li>6. Tronco de Pirâmides</li> </ol>	6	
Aula de Comentários dos Exercícios de Revisão e Aprofundamento				1	

### VOLUME IV – Matemática III

Capítulo	Título	Subtítulo	Tópicos	Nº de Aulas Sugerido	Previsão do Professor
4	Conhecimentos Geométricos	Características das Figuras Geométricas Planas e Espaciais; Áreas e Volumes; Unidades de Medida e Escalas; Posições de Retas no Espaço; Simetrias de Figuras Espaciais – Parte II	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Sólidos de Revolução               <ol style="list-style-type: none"> <li>1.1 Cone</li> <li>1.2 Tronco de Cone</li> <li>1.3 Cilindro</li> <li>1.4 Esfera</li> </ol> </li> <li>2. Sólidos Inscritos e Circunscritos</li> </ol>	6	
Aula de Comentários dos Exercícios de Revisão e Aprofundamento				1	
Apêndice	Conhecimentos Geométricos	Aprofundamento em Trigonometria: Adição de Arcos; Arco Duplo e Arco-Metade; Funções Trigonométricas Inversas; Inequações	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Para recordar: Sinopse das Funções Trigonométricas</li> <li>2. Fórmula da Adição de Arcos</li> <li>3. Fórmulas do Arco Duplo e Arco-Metade</li> <li>4. Funções Trigonométricas Inversas</li> <li>5. Inequações Trigonométricas</li> </ol>	6	

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

# MATEMÁTICA IV – 2016

## VOLUME I – Matemática IV

Capítulo	Título	Subtítulo	Tópicos	Nº de Aulas Sugerido	Previsão do Professor
I	Conhecimentos Algébricos	Funções e Equações Trigonométricas – Parte I	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo</li> <li>2. Relações Métricas num Triângulo Qualquer (Lei dos Senos)</li> <li>3. Relações Métricas num Triângulo Qualquer (Lei dos Cossenos)</li> <li>4. Ciclo Trigonométrico</li> <li>5. Funções Seno e Cosseno</li> </ol>	7	
Aula de Comentários dos Exercícios de Revisão e Aprofundamento				I	

## VOLUME II – Matemática IV

Capítulo	Título	Subtítulo	Tópicos	Nº de Aulas Sugerido	Previsão do Professor
2	Conhecimentos Algébricos	Funções e Equações Trigonométricas – Parte II	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Funções Tangente e Cotangente</li> <li>2. Funções Secante e Cossecante</li> <li>3. Funções Periódicas e os Fenômenos Naturais Periódicos</li> <li>4. Resolução de Exercícios</li> </ol>	7	
Aula de Comentários dos Exercícios de Revisão e Aprofundamento				I	

## VOLUME III – Matemática IV

Capítulo	Título	Subtítulo	Tópicos	Nº de Aulas Sugerido	Previsão do Professor
3	Conhecimentos Algébricos/Geométricos	Plano Cartesiano; Distância entre Dois Pontos; Retas, Paralelismo e Perpendicularidade	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Estudo Analítico do Ponto               <ol style="list-style-type: none"> <li>1.1 Distância entre Dois Pontos</li> <li>1.2 Condição de Alinhamento de Três Pontos</li> </ol> </li> <li>2. Estudo da Reta               <ol style="list-style-type: none"> <li>2.1 Equações da Reta</li> <li>2.2 Posições Relativas entre Retas</li> </ol> </li> </ol>	6	
Aula de Comentários dos Exercícios de Revisão e Aprofundamento				I	

## VOLUME IV – Matemática IV

Capítulo	Título	Subtítulo	Tópicos	Nº de Aulas Sugerido	Previsão do Professor
4	Conhecimentos Algébricos/Geométricos	Ângulos entre Retas; Inequações no Plano; Circunferência	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Ângulos entre Retas</li> <li>2. Inequações no Plano</li> <li>3. Estudo da Circunferência</li> </ol>	6	
Aula de Comentários dos Exercícios de Revisão e Aprofundamento				I	
Apêndice	Conhecimentos Algébricos/Geométricos	As Cônicas de Apolônio	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. As Cônicas de Apolônio:               <ol style="list-style-type: none"> <li>1.1 Parábola</li> <li>1.2 Elipse</li> <li>1.3 Hipérbole</li> </ol> </li> </ol>	6	

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS

# MATEMÁTICA V – 2016

## VOLUME I – Matemática V

Capítulo	Título	Subtítulo	Tópicos	Nº de Aulas Sugerido	Previsão do Professor
I	Conhecimentos Numéricos	Sequências	1. Sequências 1.1 Definição 1.2 Progressão Aritmética 1.3 Progressão Geométrica	7	
Aula de Comentários dos Exercícios de Revisão e Aprofundamento				1	

## VOLUME II – Matemática V

Capítulo	Título	Subtítulo	Tópicos	Nº de Aulas Sugerido	Previsão do Professor
2	Conhecimentos Numéricos	Análise Combinatória – Parte I	2. Princípio Fundamental da Contagem 2.1 Arranjos Simples 2.2 Combinações Simples 2.3 Resolução de Exercícios 2.4 Permutações Simples com Elementos Distintos 2.5 Permutações Simples com Elementos Repetidos	7	
Aula de Comentários dos Exercícios de Revisão e Aprofundamento				1	

## VOLUME III – Matemática V

Capítulo	Título	Subtítulo	Tópicos	Nº de Aulas Sugerido	Previsão do Professor
3	Conhecimentos Numéricos	Análise Combinatória – Parte II	1. Princípio de Dirichlet e Princípio da Inclusão-Exclusão 2. Outros Problemas e Métodos de Contagem	2	
4	Conhecimentos de Probabilidade	Noções de Probabilidade – Parte I	1. Probabilidade – Definições Iniciais 2. Probabilidade Condicional e Regra da Multiplicação	4	
Aula de Comentários dos Exercícios de Revisão e Aprofundamento				1	

## VOLUME IV – Matemática V

Capítulo	Título	Subtítulo	Tópicos	Nº de Aulas Sugerido	Previsão do Professor
5	Conhecimentos Algébricos; Conhecimentos de Probabilidade	Noções de Probabilidade – Parte II	1. Binômio de Newton 2. Independência de Eventos e Distribuição Binomial de Probabilidade 3. Probabilidade Geométrica 4. Resolução de Exercícios	6	
Aula de Comentários dos Exercícios de Revisão e Aprofundamento				1	
Apêndice	Conhecimentos Numéricos / Algébricos	Números Complexos; Funções Algébricas Polinomiais e Equações Algébricas	1. Conjunto dos Números Complexos 2. Polinômios e Equações Algébricas	6	

# Resoluções de Exercícios

## MATEMÁTICA I

Capítulo  
01

**Conhecimentos Numéricos**  
Operações em Conjuntos Numéricos  
(Potenciação nos Reais e Radiciação  
nos Reais), Divisibilidade, Fatoração

### EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

#### BLOCO 01

01 D

$$y = \frac{4^{10} \cdot 8^{-3} \cdot 16^{-2}}{32} = \frac{(2^2)^{10} \cdot (2^3)^{-3} \cdot (2^4)^{-2}}{2^5} = \frac{2^{20} \cdot 2^{-9} \cdot 2^{-8}}{2^5} = \frac{2^3}{2^5} = 2^{-2}$$

02 E

$$\begin{aligned} A &= 0,001/1000 + 8^{2/3} + \sqrt{25} \\ A &= 0,000001 + \sqrt[3]{8^2} + 5 \\ A &= 0,000001 + 4 + 5 \\ A &= 9,000001. \end{aligned}$$

03 Os últimos algarismos das potências de 3 formam a sequência (3,9,7,1,3,9,7,1,...).  
Dividindo 2009 por 4, obtemos quociente 502 e resto 1. Logo, o último algarismo de 32009 é 3.

#### BLOCO 02

01 C

Note que:  
 $98 = 2 \cdot 7^2$   
 $32 = 2^4 \cdot 2$   
 $8 = 2^2 \cdot 2$   
 Então  
 $y = \sqrt{2 \cdot 7^2} - \sqrt{2^4 \cdot 2} - \sqrt{2^2 \cdot 2} = 7\sqrt{2} - 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$   
 portanto  $y = x$

02 A

$$\sqrt{\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{4}{x^{\frac{3}{3}}}}} = \sqrt{x^{\frac{3}{2} - \frac{4}{3}}} = \sqrt{x^{\frac{9-8}{6}}} = \sqrt{x^{\frac{1}{6}}} = \sqrt[6]{x} = \sqrt[12]{x}.$$

03 B

$$\sqrt[3]{33} = \frac{33 + 36}{2\sqrt{36}} = \frac{69}{12} = 5,75$$

04 B

$$\begin{aligned} A) & \sqrt[6]{30} \\ B) & \sqrt[3]{\sqrt{1080}} = \sqrt[6]{1080} \\ C) & \sqrt[3]{\sqrt[3]{750}} = \sqrt[6]{750} \\ D) & \sqrt[3]{\sqrt{150}} = \sqrt[6]{150} \\ E) & \sqrt[3]{\sqrt[3]{180}} = \sqrt[6]{180} \end{aligned}$$

**Observação:** Reduzindo ao mesmo índice, o maior número é aquele que tem o maior radicando.

#### BLOCO 03

01 A)

$$\frac{5x^3y^2}{25xy^3} = \frac{1}{5} \cdot \frac{x^2}{y} = \frac{x^2}{5y}$$

$$B) \frac{3 \cdot (a+b)(a-b)}{3 \cdot (a-b)^2} = \frac{a+b}{a-b}; a \neq b$$

$$C) \frac{x^2(x+1) - (x+1)}{(x^2+1)(x^2-1)} = \frac{(x+1) \cdot (x^2-1)}{(x^2+1) \cdot (x^2-1)} = \frac{x+1}{x^2+1}; x \neq \pm 1$$

02 A

$$\begin{aligned} \frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt[3]{2^3}} &= \frac{2\sqrt{2}}{5\sqrt[3]{2^3}} \cdot \frac{\sqrt[8]{2^5}}{\sqrt[8]{2^5}} \\ &= \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt[8]{2^5}}{5 \cdot 2} \\ &= \frac{\sqrt[8]{2^4} \cdot \sqrt[8]{2^5}}{5} \\ &= \frac{2\sqrt[8]{2}}{5}. \end{aligned}$$

03 D

$$\begin{aligned} (123 \cdot 465)^2 - (123 \cdot 455)^2 &= \\ &= (123 \cdot 456 + 123 \cdot 455) \cdot (123 \cdot 456 - 123 \cdot 455) = \\ &= 246.911 \cdot 1 = 246.911 \end{aligned}$$

04 A

Racionalizando cada denominador obtemos:  
 Soma =  $\sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{4} - \sqrt{3} + \dots + \sqrt{1000} - \sqrt{999} =$   
 $= -1 + \sqrt{1000} = 10\sqrt{10} - 1$

#### BLOCO 04

01

- Preço de cada kit: 2,20 + 0,60 + 0,20 = 3,00 (3 reais)
- Total disponível para compra = 1 784,00

$$\begin{array}{r} 1784 \overline{) 3} \\ 28 \quad 594 \\ 14 \phantom{00} \\ \hline 2 \phantom{00} \rightarrow \text{sobram 2 reais} \end{array}$$

- A) 594 alunos
- B) Como cada kit custa 3 reais e sobrou 2 reais, falta 1 real para comprar mais um kit.

#### BLOCO 05

01 E

- mdc(540, 1 080) = 270.
- O comprimento de cada peça precisa ser divisor de 270 e menor que 200 cm, ou seja, menor do que 2 m, que será 135 cm.  
 $\frac{(40 \cdot 540) + (30 \cdot 810) + (10 \cdot 1 080)}{135} = 420$

02 B

- A medida da aresta dos cubos de mesmo volume que preenchem completamente o paralelepípedo retângulo da figura é dada por  $\text{mdc}(8, 36, 20) = 4$ . Portanto, o resultado pedido é dado por  
 $\frac{8}{4} \cdot \frac{36}{4} \cdot \frac{20}{4} = 2 \cdot 9 \cdot 5 = 90$ .

03 C

- A área de um ladrilho retangular de 30 cm por 40 cm é  $30 \cdot 40 = 1.200 \text{ cm}^2$ , enquanto a área de um ladrilho quadrado de 50 cm de lado é  $50^2 = 2.500 \text{ cm}^2$ .  
 Portanto, a menor área que pode ter essa parede, sem que haja espaço ou superposição entre os ladrilhos, é dada por  $\text{mmc}(1200, 2500) = 30.000 \text{ cm}^2 = 3,0 \text{ m}^2$ .

## BLOCO 06

01 C

- Falsa. O próximo encontro dos três ocorrerá após mmc  $(8, 12, 15) = 120$  dias, ou seja, no dia 10 de dezembro.
- Falsa. Como  $120 = 17 \cdot 7 + 1$ , o dia 10 de dezembro cai num sábado.
- Verdadeira. Os encontros de Santos e Yuri ocorrem a cada mmc  $(8, 12) = 24$  dias. Portanto, observando que  $96 = 4 \cdot 24$  é o maior múltiplo de 24 menor do que 120, concluímos que Santos e Yuri se encontrarão 4 vezes antes do novo encontro dos três colegas.

02 B

MMC  $(4,5,6) = 60$  dias

$$\begin{array}{r} 4,5,6 \overline{) 12} \\ 2,5,3 \overline{) 12} \\ 1,5,3 \overline{) 12} \\ 1,5,1 \overline{) 12} \\ 1,1,1 \overline{) 12} \\ \hline 4 \cdot 3 \cdot 5 \end{array}$$

03 E

O MMC  $(30,40,50) = 600$ , portanto o prêmio em dinheiro será da forma  $600k + 25$ , com  $k \in \mathbb{N}$ .  
De acordo com o problema, temos:  
 $2.000 < 600k + 25 < 2.500$   
 $1975 < 600k < 2.475$   
 $3,29 < k < 4,125$ . Portanto,  $k = 4$ .  
Logo, o valor do prêmio será  $4.600 + 25 = \text{R\$ } 2.425,00$ .

## EXERCITANDO HABILIDADES

### BLOCO 01

01 B

$$43.000.000 = 43 \times 10^6 = 4,3 \times 10^7$$

$$0,00000005 = 5/100.000.000 = 5 \times 10^{-8}$$

### BLOCO 02

01 C

- $S(729) = 0,1 \cdot \sqrt[3]{(729)^2} = 0,1 \cdot \sqrt[3]{(3^6)^2} = 0,1 \cdot \sqrt[3]{3^{12}} = 0,1 \cdot 3^4 = 8,1 \text{ m}^2$ . Portanto, a alternativa A é falsa.
- Falsa, pois  $S(P)$  é proporcional a  $\sqrt[3]{P^2}$  com constante 0,0975.
- Considere: peso do filho =  $p$  e do pai =  $27p$   
 $S(\text{pai}) = 0,11 \cdot (27p)^{\frac{2}{3}} = 0,11 \cdot (3^3)^{\frac{2}{3}} \cdot p^{\frac{2}{3}} = 9 \cdot (0,11 \cdot p^{\frac{2}{3}}) = 9 \cdot S(\text{filho})$ .

Logo, a alternativa C é a verdadeira.

D) Falsa, pois:

$$\frac{S(\text{homem})}{S(\text{macaco})} = \frac{0,11 \cdot P^{\frac{2}{3}}}{0,118 \cdot P^{\frac{2}{3}}} = \frac{110}{118} \cong 0,9322 = 93,22\%$$

Daí:  $S(\text{Homem}) = 93,22\% \cdot S(\text{macaco})$ .

Então,  $S(\text{Homem})$  é aproximadamente 6,78% menor que a do macaco.

E) Falsa

$$1 \text{ tonelada} = 1000 \text{ kg} = 10^3 \text{ kg}$$

$$S(\text{Boi}) = 0,090 \cdot (10^3)^{\frac{2}{3}} = 0,090 \cdot 100 = 9 \text{ m}^2$$

Então, o valor da venda da pele será R\$ 90,00

### BLOCO 03

01 D

Somando as áreas, temos:  
 $4x^2 + 8 \cdot (2 \cdot x) = 4 \cdot (2 \cdot 2)$   
 $= 4 \cdot (x^2 + 2 \cdot 2x + 2^2)$   
 $= 4 \cdot (x + 2)^2 = [2 \cdot (x + 2)]^2 = [2x + 4]^2$   
Logo, com as figuras e quantidades citadas, conseguiremos formar um quadrado de lado  $(2x + 4)$ .

## BLOCO 04

01 B

Itens A e C terminam em 00, mas não são bissextos porque não são divisíveis por 400.  
Itens D e E nem terminam em 00, nem são divisíveis por 400, logo não são bissextos.  
Somente o item B, 2004 é divisível por 400.

02 D

Porque 2016 é bissexto.

## BLOCO 05

01 E

Sejam A, B, C, respectivamente, as caixas cujas dimensões são  $20 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$ ,  $25 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$  e  $50 \text{ cm} \times 25 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ . Segundo as condições do problema, a caçamba escolhida deverá transportar qualquer tipo de caixa. A única que satisfaz todas as condições impostas é a caçamba tipo V, visto que:

Na caçamba I:

- Sobra espaço no comprimento quando transporta a caixa A.
- Sobra espaço na largura quando transporta a caixa B.

Na caçamba II:

- Sobra espaço no comprimento quando transporta a caixa A.

Na caçamba III:

- Sobra espaço no comprimento quando transporta a caixa A.
- Sobra espaço na largura quando transporta a caixa C.

Na caçamba IV:

- Sobra espaço na altura quando transporta a caixa C.

## TAREFA DE CASA

### BLOCO 01

01 C

Passando 4 129 milhões de toneladas para Kg, temos  $4 129 \cdot 10^9$ .

02 C

Como 1 bilhão corresponde a  $10^9$  unidades, 100 bilhões equivalem a  $10^2 \cdot 10^9 = 10^{11}$ . Logo, a alternativa correta é a C.

03 D

$$\frac{150 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^5} = 37,5 \cdot 10 = 375$$

04 B

$$\frac{25}{10^7} = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ kg} = 2,5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3 \text{ g} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ g}$$

05 B

$$0,1 \text{ kg} \text{ ————— } 132 \text{ cal}$$

$$x \text{ ————— } 1,98 \cdot 10^9 \text{ cal, onde:}$$

$$132 \cdot x = 0,1 \cdot 1,98 \cdot 10^9 \text{ kg}$$

$$x = \frac{1,98 \cdot 10^{-1} \cdot 10^9 \text{ kg}}{132}$$

$$x = 0,015 \cdot 10^8 \text{ kg} = 0,015 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

$$x = 1.500 \text{ toneladas}$$

06 B

$$E = \frac{0,13 \times 10^6 \cdot 0,5 \times 10^{-9} \text{ b}}{2,5 \cdot 10^3} = 0,026 \times 10^{-6} \text{ b} = 0,026 \mu\text{b}$$

07 D

Se  $1 \text{ g} \xrightarrow{\text{carvão gera}} 3,0 \times 10^{-3} \text{ kw} \cdot \text{h}$ , então a massa  $m$  de carvão necessária para produzir 150.000 kw.h será:

$$m = \frac{150 \cdot 10^3 \text{ kw} \cdot \text{h}}{3 \cdot 10^{-3} \text{ kw} \cdot \text{h}} \text{ gramas}$$

$$m = 50 \cdot 10^6 \text{ g}$$

Sabendo que 1 tonelada =  $10^3 \text{ kg} = 10^3 \cdot 10^3 \text{ g} = 10^6 \text{ g}$ , então,  $m = 50$  toneladas.

08 D

$$1^{-2} - 2^{-1} + 8^{\frac{1}{3}} - 0,2 + 2^0 = 1 - \frac{1}{2} + (2^3)^{\frac{1}{3}} - \frac{2}{10} + 1$$

$$= 2 - \frac{1}{2} + 2 - \frac{1}{5} = \frac{7}{2} - \frac{1}{5} = \frac{35 - 2}{10} = \frac{33}{10} = 3,3$$

09 E

5,5 litros  $\cong 5,5 \text{ dm}^3 \cong 5,5 \times 10^6 \text{ mm}^3$   
 Logo:  
 $(5 \times 10^6) \times (5,5 \times 10^6) \text{ mm}^3 = 2,75 \times 10^{13}$  glóbulos vermelhos.

10 B

Número de habitantes: 7.109  
 Consumo de água de uma pessoa por dia: 150 L  
 Um ano tem 365 dias.  
 Logo, o volume de água pedido é  $7 \cdot 10^9 \cdot 150 \cdot 365 = 383\,250 \cdot 10^9 = 3,83250 \cdot 10^{14}$  L  
 $10^{14} < 3,83250 \cdot 10^{14} < 10^{15}$

### BLOCO 02

01 A)  $\frac{1}{2}y \cdot \sqrt{4 \cdot 11 \cdot x^2 \cdot y^2} = \frac{1}{2}y \cdot x \cdot y \cdot 2 \cdot \sqrt{11} = xy^2 \cdot \sqrt{11}$

B)  $\sqrt[6]{2^6 \cdot x^6 \cdot y^6 \cdot y} = 2 \cdot x \cdot y \cdot \sqrt[6]{y} = 2xy\sqrt[6]{y}$

C)  $\sqrt{9 \cdot 5 \cdot 4 \cdot x^4 \cdot x \cdot y^4 \cdot y} = 3 \cdot 2 \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot \sqrt{5 \cdot x \cdot y} = 6x^2y^2 \cdot \sqrt{5xy}$

02 A

$$\sqrt[3]{8^{-4}} = \sqrt[3]{(2^3)^{-4}} = \sqrt[3]{(2^{-4})^3} = 2^{-4} = \frac{1}{16}$$

03 E

$$\sqrt{3^2 \cdot 10^{-6}} \cdot \sqrt{49 \cdot 10^{-4}} \cdot \sqrt{25 \cdot 10^2} = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 7 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10 = 105 \cdot 10^{-4} = 0,0105$$

04 D

Utilizando a ideia de notação científica, temos:  
 $325 \text{ mil km} = 325 \cdot 10^3 \text{ km} = 3,25 \cdot 10^2 \cdot 10^3 = 3,25 \cdot 105 \text{ km}$ .

05 B

$$A_{\text{nova}} = K \cdot (8 \cdot m)^{\frac{2}{3}} = K \cdot (2^3)^{\frac{2}{3}} \cdot m^{\frac{2}{3}}$$

$$A_{\text{nova}} = 4 \cdot K \cdot m^{\frac{2}{3}} = 4 \cdot A$$

06 C

$$S^3 = k \cdot M^2 \cdot S = \sqrt[3]{k \cdot M} = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{2}{3}}$$

07 A

A estrela sugerida no problema é da classe BO e sua luminosidade é  $2 \cdot 10^4 = 20.000$  vezes a temperatura do sol.

08 D

1ª)  $\sqrt{11} \cong 3$

2ª)  $E_1 = \frac{11 - (3)^2}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \cong 0,333\dots$

$$|E_1| > 0,001$$

3ª) Nova estimativa:  $R_2 = R_1 + E_1 \rightarrow R_2 = 3 + 0,333\dots$

$$R_2 = 3 + \frac{1}{3} = \frac{10}{3} \rightarrow \sqrt{11} \cong \frac{10}{3}$$

4ª)  $E_2 = \frac{11 - (\frac{10}{3})^2}{2 \cdot \frac{10}{3}} = \frac{11 - \frac{100}{9}}{\frac{20}{3}} = \frac{\frac{-1}{9}}{\frac{20}{3}} = -\frac{1}{60}$

09 B

$$R = a \cdot w^{\frac{-1}{4}} \rightarrow R = a \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{w}}$$

Então, quanto menor for a massa  $w$  o índice  $R$  será maior. Portanto,  
 $R_p > R_q \rightarrow a \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{p}} > a \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{q}}$

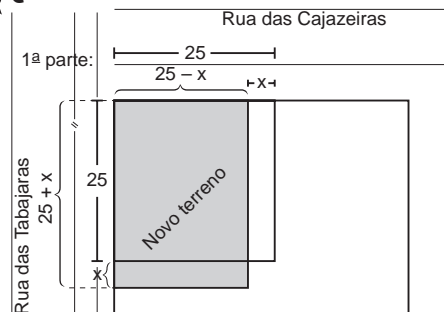
10 D

Antes:  
 $IMC = \frac{144}{2^2} = 36$  (obesidade tipo 1)  
 E depois da perda do peso.  
 $IMC = \frac{80}{2^2} = 20$  (peso normal)

### BLOCO 03

- 01 A)  $a^3 + b^3 = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$   
 B)  $x^3 + 27 = (x + 3) \cdot (x^2 - 3x + 9)$   
 C)  $(2a)^3 - 1^3 = (2a - 1) \cdot (4a^2 + 2a + 1)$   
 D)  $a^3 + (4m)^3 = (a + 4m) \cdot (a^2 - 4am + 16m^2)$   
 E)  $1^3 - x^3 = (1 - x) \cdot (1 + x + x^2)$   
 F)  $5 \cdot (x^2 - 4) = 5 \cdot (x + 2)(x - 2)$   
 G)  $a \cdot (a^2 - 1) = a \cdot (a + 1)(a - 1)$   
 H)  $x \cdot (x^2 - 16) = x \cdot (x + 4)(x - 4)$   
 I)  $x \cdot (x - 4)^2$   
 J)  $a^4 - 1 = (a^2 + 1)(a^2 - 1) = (a^2 + 1)(a + 1)(a - 1)$   
 K)  $x \cdot (x^2 + 2xy + y^2) = x \cdot (x + y)^2$   
 L)  $(x + 5)^2 - y^2 = (x + 5 + y) \cdot (x + 5 - y)$   
 M)  $y \cdot (x^3 - 1) = y \cdot (x - 1)(x^2 + x + 1)$   
 N)  $(x - y)^2 - a^2 = (x - y + a)(x - y - a)$   
 O)  $x^2 \cdot y^2 - y^4 = y^2 \cdot (x^2 - y^2) = y^2 \cdot (x + y) \cdot (x - y)$

02 C



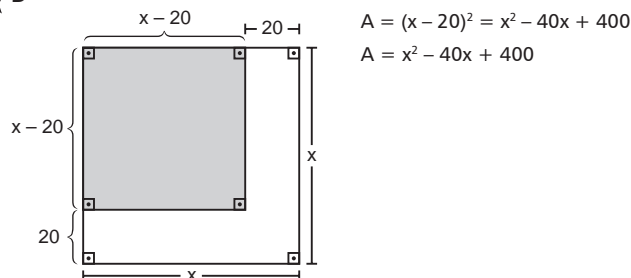
$$\text{Área nova} = (25 - x) \cdot (25 + x) = 625 - 9$$

$$625 - x^2 = 625 - 9$$

$$x^2 = 9 \rightarrow x = 3$$

Logo, fiquei com 28 m de frente para rua Tabajaras.

03 D



04 D  
 $(x - 20)^2 = 14.400 = 144 \times 100$   
 $(x - 20) = 12 \times 10$   
 $x = 140 \text{ cm} \rightarrow A_{\text{inicial}} = (140)^2 = 19.600 \text{ cm}^2$

O desperdício foi de  $19.600 - 14.400 = 5.200 \text{ cm}^2 = 0,52 \text{ m}^2$  na área do tampo da mesa.  
 Isto representa um prejuízo financeiro de  $400 \times 0,52 = 208$  reais, que daria para pagar uma compra no mercantil no valor de R\$ 200,00.

**05 E**

Considere um quadro qualquer, e seja  $n$  o número da célula central nesse quadro. Note que os números das outras duas células são  $n - 1$  e  $n + 1$ . Portanto, se  $n = 2^{2013}$ , então

$$(n - 1)(n + 1) = n^2 - 1$$

$$= (2^{2013})^2 - 1$$

$$= 2^{4026} - 1.$$
**06 D**

$$x = \sqrt{32 + 10\sqrt{7}} + \sqrt{32 - 10\sqrt{7}}$$

$$x^2 = 32 + 10\sqrt{7} + 2 \cdot \sqrt{(32 + 10\sqrt{7}) \cdot (32 - 10\sqrt{7})} + 32 - 10\sqrt{7}$$

$$x^2 = 64 + 2 \cdot \sqrt{32^2 - 700} =$$

$$x^2 = 64 + 2 \cdot \sqrt{324} = 64 + 2 \cdot 18$$

$$x^2 = 100$$

$$x = 10.$$

Logo, a quantia que o filho ganhou foi R\$ 1.000,00.

**07 E**

Somando as áreas das figuras, temos:

$$4 \cdot K^2 + 8 \cdot (K \cdot W) + 4 \cdot W^2 = 4 \cdot [K^2 + 2KW + W^2] =$$

$$= 4 \cdot [(K + W)^2] = 4 \text{ Janelas}$$
**08 D**

Se  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$ , com  $x > 0$ , então

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

$$= 14 + 2$$

$$= 16.$$

Daí,  $x + \frac{1}{x} = 4$  e, portanto,  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^5 = 4^5 = 2^{10}$ .

**09 A**

$\frac{(x + 2y)^2 - 4}{4y - 2} - \frac{x}{y}$  (considerando que  $y = x/2$ ), temos:

$$\frac{(x + x)^2 - 4}{4 \cdot \frac{x}{2}} - \frac{x}{\frac{x}{2}}$$

$$= 2 - \frac{x}{\frac{x}{2}}$$

$$\frac{4x^2 - 4}{2x - 2} - 2 = \frac{2x \cdot (2x - 2)}{2x - 2} = 2x$$

**10 A**

$$\frac{x^3 - 1}{x^2 - x} - \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + x} = \frac{(x - 1) \cdot (x^2 + x + 1)}{x \cdot (x - 1)} - \frac{(x + 1)^2}{x \cdot (x + 1)}$$

$$= \frac{x^2 + x + 1}{x} - \frac{x + 1}{x} = \frac{x^2}{x} = x$$

**BLOCO 04****01 C**

Fazendo o mdc entre 400 e 320, temos que esse valor será 80, logo, cada escola terá 80 ingressos, assim os 720 ingressos serão distribuídos entre 9 escolas.

**02 A**

A duração de cada ciclo é igual a  $1.765 - 1.755 + 1 = 11$  anos. Como de 1.755 a 2.101 se passaram  $2.101 - 1.755 + 1 = 347$  anos e  $47 = 11 \cdot 31 + 6$ , segue-se que em 2101 o Sol estará no ciclo de atividade magnética de número 32.

**03 C**

De 1º de janeiro a 31 de maio temos  $31 + 28 \cdot 31 + 30 + 31 = 151$  dias. Logo, como  $151 = 37 \cdot 4 + 3$ , e supondo que a duração de cada viagem seja de 4 dias, segue que o maquinista poderá fazer, no máximo, 37 viagens até o início das suas férias. Após o período de férias, restarão  $365 - (151 + 10) = 204$  dias para viajar. Como  $204 = 51 \cdot 4$ , segue que ele poderá fazer, no máximo, 51 viagens, totalizando, assim,  $37 + 51 = 88$  viagens no ano.

**04 E**

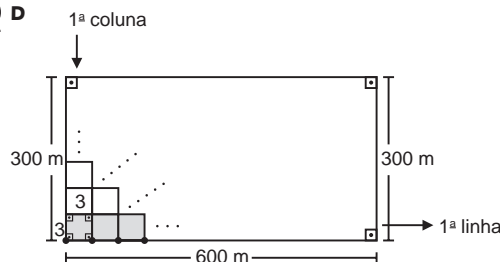
mdc (1.350 ; 1.224) representará a quantidade de alunos do mesmo sexo em cada grupo para que o número de professores seja o mínimo.

1ª parte: mdc (1.350, 1.224) = 18

	1	9	1	2	2
1350	1224	126	90	36	18
-1224	1134	90	72	-36	
	126	90	36	18	0

2ª parte: nº de professores será igual a:  $\frac{1350 + 1224}{18} = 143$

$$\begin{array}{r} 2574 \overline{) 18} \\ -18 \phantom{00} \\ \hline 77 \phantom{00} \\ -72 \phantom{00} \\ \hline 54 \\ (0) \end{array}$$

**05 D**

1ª) nº de quadrados =  $\frac{400 \times 200 \text{ m}^2}{16 \text{ m}^2} = 5.000$  quadrados

2ª) nº de quadrados na 1ª coluna =  $\frac{200}{4} = 50$  e

nº de quadrados na 1ª linha =  $\frac{400}{4} = 100$

3ª) Total de pés de macaíba =  $50 \times 100 = 5.000$

**06 A**

Dígito 1

$$(1^*10) + (2^*9) + (3^*8) + (4^*7) + (5^*6) + (6^*5) + (7^*4) + (8^*3) + (9^*2) =$$

$$= 10 + 18 + 24 + 28 + 30 + 30 + 28 + 24 + 18 =$$

$$= 210$$

$210 : 11 = 19$  e resto 1, então  $d_1 = 0$

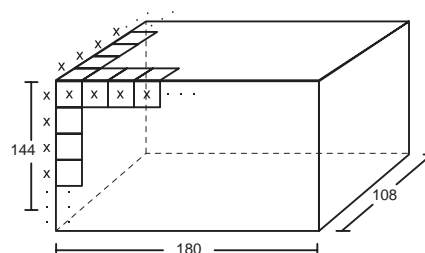
Dígito 2

$$(2^*10) + (3^*9) + (4^*8) + (5^*7) + (6^*6) + (7^*5) + (8^*4) + (9^*3) + (0^*2) =$$

$$= 20 + 27 + 32 + 35 + 36 + 35 + 32 + 27 + 0$$

$$= 244$$

$244 : 11 = 22$  e resto 2, então  $d_2 = 9$

**07 D**

Se  $x$  é a medida da aresta de 1 cubo.

$x = \text{mdc}(180, 108, 144) = 36$

	1	4					
180	144	36				3	
-144	-144					-108	
	36	0				(0)	

**08 B**

O número de dias decorridos entre 31 de março e 12 de outubro é dado por  $30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 12 = 195$ . Como uma semana tem sete dias, vem que  $195 = 7 \cdot 27 + 6$ . Portanto, sabendo que 31 de março ocorreu em uma terça-feira, segue que 12 de outubro será segunda-feira.

**09 E**

De acordo com os passos descritos, temos:  
 $5 \cdot 1 + (8 \cdot 2 + 1) + 6 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 38 = 3 \cdot 10 + 8$ .  
 Portanto, o dígito de verificação do número 24.685 é 8.

**10 C**

$$\begin{array}{r|l} 365 & 7 \\ 15 & 52 \\ 1 & \end{array}$$

365 equivalem a 52 semanas mais um dia.  
 O 1º dia do ano é domingo, pois teremos 52 domingos mais 1 dia, que também será domingo, completando 53 domingos. Observando que janeiro tem 31 dias e fevereiro tem 28, do dia primeiro de janeiro a 8 de março temos 67 dias, o que corresponde a 9 semanas mais 4 dias.

**BLOCO 05****01**

$a = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 2^2 \cdot 5^2 = 2^5 \cdot 3^4 \cdot 5^2$  e  $b = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 2^2 \cdot 3 = 2^4 \cdot 3^4$

A)  $\text{mdc}(a,b) = 2^4 \cdot 3^4$

B)  $\text{mmc}(a,b) = 2^5 \cdot 3^4 \cdot 5^2$

**02 C**

Basta calcular o M.M.C.(12,16,20) = 240.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 16 & 2 \\ 20 & 2 \\ \hline 6 & 2 \\ 8 & 2 \\ 10 & 2 \\ 3 & 2 \\ 5 & 2 \\ 3 & 2 \\ 2 & 2 \\ 3 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 5 \\ 1 & 5 \\ 1 & 5 \\ \hline 1 & 240 \end{array}$$

**03 E**

1ª) 2000 é bissexto, pois é divisível por 400;  
 Logo, o ano é de 366 dias.

2ª) O próximo encontro será  $x$  dias após o dia 1º de fevereiro, em que:  
 $x = \text{mmc}(10,12,15) = 60$

3ª) Num ano bissexto, temos: fevereiro com 29 dias e março com 31 dias. Então, no dia 1º de abril de 2000, o próximo encontro ocorrerá.

**04 A**

Os remédios serão tomados simultaneamente a cada  $\text{mmc}(4, 5, 6) = 60$  horas. Portanto, em 30 dias, os três remédios foram ingeridos simultaneamente  $\frac{30 \cdot 24}{60} = 12$  vezes.

**05 D**

Seja  $x$  o número de laranjas,  $500 < x < 1.500$

$$x = 50q + 12 \rightarrow (x - 12) = 50 \cdot q$$

$$\begin{array}{l} x \ 50 \\ 12 \ q \end{array}$$

$$x = 36p + 12 \rightarrow (x - 12) = 36 \cdot p$$

$$\begin{array}{l} x \ 36 \\ 12 \ p \end{array}$$

$(x - 12)$  é múltiplo comum de 50 e 36.

E como  $\text{mmc}(50, 36) = 5^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 = 900$

$$50 = 5^2 \cdot 2$$

$$36 = 3^2 \cdot 2^2$$

Então:

$$x - 12 = 900 \rightarrow x = 912 \text{ ou}$$

$$x - 12 = 1.800 \rightarrow x = 1.812 \text{ (não convém)}$$

Daí, colocando as 912 laranjas em sacos de 35 unidades cada um, sobriariam 2 laranjas.

**06 C**

1ª parte:

$$G = \{1820, 1827, 1834, \dots, 2009\} \rightarrow n(G) = \frac{2009 - 1820}{7} + 1 = 28$$

$$P = \{1820, 1824, 1828, \dots, 2008\} \rightarrow n(P) = \frac{2008 - 1820}{4} + 1 = 48$$

$$G \cap P = \{1820, 1848, 1876, \dots, 1988\} \rightarrow n(G \cap P) = \frac{1988 - 1820}{28} + 1 = 7$$

2ª parte: O número de anos que ocorreram eleições para governador ou prefeito é igual a:

$$\begin{aligned} n(G \cup P) &= n(G) + n(P) - n(G \cap P) \\ &= 28 + 48 - 7 = 69 \text{ anos.} \end{aligned}$$

Logo, o número de anos em que não houve eleições nem para governador e nem para prefeito será:

$$190 - 69 = 121.$$

**07 C**

Do plantio até a colheita, as variedades  $V_1, V_2$  e  $V_3$  levam 8, 6 e 4 semanas, respectivamente.

Plantando-se as 3 variedades no mesmo dia, o número mínimo de semanas necessárias para que a colheita das três variedades ocorra simultaneamente será igual ao mmc (8, 6, 4) = 24

$$\begin{array}{l} 8, 6, 4 \quad 2 \\ 4, 3, 2 \quad 2 \\ 2, 3, 1 \quad 2 \\ 1, 3, 1 \quad 3 \\ 1, 1, 1 \quad \text{mmc} = 2^3 \cdot 3 = 24 \end{array}$$

O número mínimo de sementes de cada variedade para que isto ocorra será:

$$\text{Variedade 1: } \frac{24}{8} = 3 \text{ sementes}$$

$$\text{Variedade 2: } \frac{24}{6} = 4 \text{ sementes}$$

$$\text{Variedade 3: } \frac{24}{4} = 6 \text{ sementes}$$

Então, precisaremos de, no mínimo, 13 sementes.

**08 E**

Primeiro antibiótico deverá ser tomado a cada 1,5h = 90 min.

Segundo antibiótico deverá ser tomado a cada 2,5h = 150 min.

Calculando M.M.C.(90,150) = 450 min = 7,5h.

Portanto, os antibióticos serão tomados juntos a cada 7,5h.

Manhã: 7h30

Tarde: 15h

Noite: 22h30

**09 B**

Basta calcular o MMC (30, 45, 60) = 180, ou seja, seis meses.

Após o início das competições, o primeiro mês em que os jogos das três modalidades voltarão a coincidir é setembro.

**10 A**

Como a parede mede 880 cm por 550 cm, e queremos saber qual o número mínimo de quadrados que se pode colocar na parede, devemos encontrar a medida do quadrado de maior lado que cumpre as condições do enunciado. Tal medida é dada por  $\text{mdc}(880, 550) = 110$  cm. Portanto, o resultado pedido é

$$\frac{880}{110} \cdot \frac{550}{110} = 8 \cdot 5 = 40.$$

## EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

### BLOCO 07

01 D

Considerando que:

$x$  é o número de peças produzidas.

Custo:  $C(x) = 5000 + 4x$

Lucro:  $L = 12x$

Logo,

$L(x) - C(x) = 5000$

$12x - 4x - 5000 = 5000$

$8x = 10000$

$x = 1250$ .

02 C

Primeira parcela:  $\frac{x}{3}$

Segunda parcela:  $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot x = \frac{4x}{15}$

Terceira parcela: 204.000

Temos então a equação:

$\frac{x}{3} + \frac{4x}{15} + 204000 = x$

$\frac{5x + 4x + 3060000}{15} = \frac{15x}{x}$

$6x = 3060000$

$x = 510.000$

Portanto, o valor total da dívida se localiza entre R\$ 505.000,00 e R\$ 520.000,00, conforme alternativa [C].

03 E

Preço do DVD:  $x$

Peço do CD:  $x - 20$

Preço do Blu-Ray:  $x + 9$

Do problema, temos a seguinte equação:

$x + x - 20 + x + 9 = 100$

$3x = 100 + 11$

$3x = 111$

$x = 37$

04 A

O segredo da resolução, usando aritmética, está na quantidade que o último (Alexandre) encontrou sobre a mesa. Isto é:

Quando Alexandre chegou à mesa existiam apenas 2 doces, pois ao comer a metade mais um, não sobrou nada para os outros convidados.

Seguindo esta linha de raciocínio, podemos afirmar que:

- quando Eraldo chegou existiam 6 doces.
  - quando Carlos Dayvson chegou existiam sobre a mesa 14 doces e
  - quando César Augusto chegou existiam sobre a mesa 30 doces.
- Logo, havia 30 doces na mesa.

### BLOCO 08

01 1º) Completando quadrados:

A)  $x^2 - 13x = -40$

$$x^2 - 13x + \left(\frac{13}{2}\right)^2 = -40 + \left(\frac{13}{2}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{13}{2}\right)^2 = -40 + \frac{169}{4} = \frac{9}{4}$$

$$x - \frac{13}{2} = \frac{3}{2} \quad \text{ou} \quad x - \frac{13}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$x = 8 \quad \text{ou} \quad x = 5$$

B)  $x^2 - 10x + 16 = -40$

$x^2 + 10x = -16$

$x^2 + 10x + 5^2 = -16 + 5^2$

$(x + 5)^2 = 9 \Leftrightarrow x + 5 = 3 \quad \text{ou} \quad x + 5 = -3$

$\Leftrightarrow x = -2 \quad \text{ou} \quad x = -8$

C)  $2x^2 - 7x + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 - \frac{7x}{2} + \frac{3}{2} = 0$

$$x^2 - \frac{7x}{2} = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow x^2 - \frac{7x}{2} + \left(\frac{7}{4}\right)^2 = -\frac{3}{2} + \left(\frac{7}{4}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{25}{16} \Leftrightarrow x - \frac{7}{2} = \frac{5}{4} \quad \text{ou} \quad x - \frac{7}{2} = -\frac{5}{4}$$

$$x = \frac{19}{4} \quad \text{ou} \quad x = \frac{9}{4}$$

D)  $x^2 + 8x = -20 \Leftrightarrow x + 8x + 4^2$

$(x + 4)^2 = -4 \Leftrightarrow$  não existe  $x$  pertencente aos reais, pois um número real ao quadrado não pode ser negativo.

2º) Pela fórmula de Báskara:

A)  $x^2 - 13x + 40 = 0$

$\Delta = 169 - 160 = 9$

$$x = \frac{13 \pm 3}{2} \Rightarrow x = 8 \quad \text{ou} \quad x = 5$$

B)  $x^2 + 10x + 16 = 0$

$\Delta = 100 - 64 = 36$

$$x = \frac{-10 \pm 6}{2} \Rightarrow x = -8 \quad \text{ou} \quad x = -2$$

C)  $2x^2 - 7x + 3 = 0$

$\Delta = 49 - 24 = 25$

$$x = \frac{7 \pm 5}{4} \Rightarrow x = 3 \quad \text{ou} \quad x = \frac{1}{2}$$

D)  $x^2 + 8x + 20 = 0$

$\Delta = 64 - 80 = -16$

Conclusão: Não existe  $x$  pertencente aos reais.

3º) Pela soma e produto:

A)  $x^2 - 13x + 40 = 0$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-(-13)}{1} = 13 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{40}{1} = 40 \end{cases}$$

Logo  $x_1 = 5$  e  $x_2 = 8$

B)  $x^2 + 10x + 16 = 0$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -10 \\ x_1 \cdot x_2 = 16 \end{cases}$$

Então,  $x_1 = -2$  e  $x_2 = -8$

C)  $2x^2 - 7x + 3 = 0$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{7}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{3}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = 7 \\ 2x_1 \cdot x_2 = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 = 7 \\ (2x_1) \cdot (2x_2) = 6 \end{cases}$$

Logo:  $2x_1 = 6$  e  $2x_2 = 1$

$$x_1 = 3 \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{1}{2}$$

D)  $x^2 + 8x + 20 = 0$

Não tem raízes reais, pois  $\Delta < 0$ .

02 D

Sejam  $x_1$  e  $x_2$  as raízes.

$$x_1 + x_2 = 5$$

$$x_1 \cdot x_2 = 6$$

então  $x_1 = 2$  e  $x_2 = 3$ .

Dai, a área =  $2 \cdot 3 = 6$  e perímetro =  $2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 10$

03 D

A cota mínima é 10 reais, podendo ser maior desde que seja múltiplo de 5.

1ª parte: regra de três

**valor no**

**valor da aposta**

5 \_\_\_\_\_ 1 apostador

$n \cdot 5$  \_\_\_\_\_  $n$

**diminua**

Valor do jogo =  $(20 - n) \cdot (10 + n \cdot 5)$

$$525 = -5n^2 - 10n + 100n + 200$$

$$n^2 - 18n + 65 = 0 \rightarrow n = 13 \text{ ou } n = 5.$$

Portanto, o aumento poderá ser de  $5 \cdot 13 = 65$  reais ou  $5 \cdot 5 = 25$  reais.

Consequentemente, o valor da cota de cada apostador poderá ser de 75 ou 35 reais.

## BLOCO 09

01 A

$$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 6 \cdot 1 = 1$$

$$x^2 = \frac{5 \pm 1}{12} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \text{ ou } x^2 = \frac{1}{3}$$

$$\text{Logo, } x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ou } x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$$

02 A

Domínio de validade.

$$x + 5 \geq 0 \text{ e } x - 2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2.$$

Elevando ao quadrado ambos os membros, obtemos:

$$x + 5 - 2\sqrt{(x+5)(x-2)} + x - 2 = 1$$

$$2x + 2 = 2\sqrt{(x+5)(x-2)}$$

$$x + 1 = \sqrt{(x+5)(x-2)} \rightarrow x^2 + 2x + 1 = x^2 + 3x - 10 \rightarrow x = 11.$$

Logo,  $1^2 + 1^2 = 2$ .

## TAREFA DE CASA

### BLOCO 06

01 A)

$$\frac{4x - (9x - 3)}{6} = \frac{2 - (x - 1)}{4}$$

$$\frac{-5x + 3}{6} = \frac{3 - x}{4}$$

$$-20x + 12 = 18 - 6x$$

$$-14x = 6 \rightarrow x = -\frac{3}{7} \rightarrow S = \left\{ -\frac{3}{7} \right\}$$

B)  $9x^2 - 6x = 9x^2 - 6x + 1 - 2x$

$$2x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2} \notin \mathbb{Z} \rightarrow S = \emptyset$$

C)  $3x(x-1)(2x-3)(\sqrt{5}x-10) = 0 \rightarrow x = 0$

$$\text{ou } x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$$

$$\text{ou } 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\text{ou } \sqrt{5}x - 10 = 0 \rightarrow x = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

$$S = \left\{ 0, 1, \frac{3}{2}, 2\sqrt{5} \right\}$$

D)  $\frac{1}{x+2} = \frac{2}{x+3}$

Domínio de validade

$$x + 2 \neq 0 \text{ e } x + 3 \neq 0$$

$$x \neq -2 \text{ e } x \neq -3$$

**Resolução:** Sendo  $x \neq -2$  e  $x \neq -3$

$$(x + 3) = 2x + 4 \rightarrow x = -1$$

$$S = \{-1\}$$

E)  $18x^2 - 2\sqrt{3}x - 3\sqrt{3}x + 1 - (18x^2 + 6x - 6x - 2) = 5x - 7$

$$18x^2 - 5\sqrt{3}x + 1 - 18x^2 + 2 = 5x - 7$$

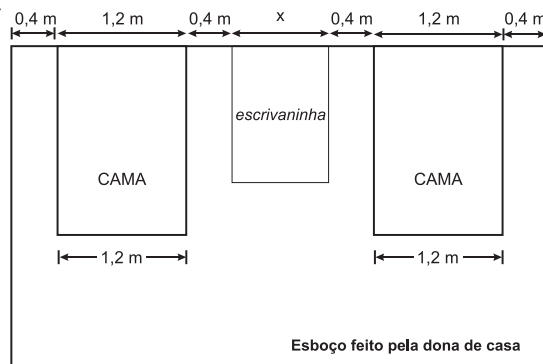
$$-5\sqrt{3}x - 5x = -10$$

$$\sqrt{3}x + x = 2$$

$$x(\sqrt{3} + 1) = 2 \rightarrow x = \frac{2(\sqrt{3} - 1)}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} \Rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{2(\sqrt{3} - 1)}{3 - 1} = \sqrt{3} - 1$$

02 B



Considerando  $x$  a largura da escrivaninha, temos:

$$0,4 + 1,2 + 0,4 + x + 0,4 + 1,2 + 0,4 = 5m$$

Portanto,  $x = 1m$ .

03 C

Seja  $x$  o fator de correção. Para calculá-lo basta multiplicá-lo por 18,20, de modo que este produto seja igual ao valor correto de 12,80, isto é:

$$x \cdot 18,20 = 12,80 \rightarrow x = \frac{12,80}{18,20} = \frac{128}{182} \rightarrow x = \frac{64}{91} \approx 0,7032$$

**Resposta:** Tomando apenas 2 casas decimais, é 0,70.

04 A

Número =  $x$

1ª)  $12x$

2ª)  $12x - 12$

3ª)  $\frac{12x - 12}{12}$

4ª)  $\frac{12x - 12}{12} + 13 = F$

Então:

$$F = x - 1 + 13$$

$$F = x + 12 \rightarrow x = F - 12$$

05 D

$g = n^\circ$  de gansos

$c = n^\circ$  de carneiros

$$\begin{cases} g + c = 180 \\ 2g + 4c = 600 \end{cases} \xrightarrow{(-2)} \begin{cases} g + c = 180 \\ 0g + 2c = 240 \end{cases}$$

$$c = 120 \text{ e } g = 60$$

**Resposta:** Na fazenda existem 120 carneiros.

**06 D**

Sejam  $x$  e  $y$ , respectivamente, o peso de uma telha e o peso de um tijolo. Logo,

$$1.500x = 1.200y \Leftrightarrow y = \frac{5x}{4}$$

Se  $n$  é o número máximo de tijolos que o caminhão pode transportar quando está carregado com 900 telhas, então

$$900x + ny = 1500x \Leftrightarrow n \cdot \frac{5x}{4} = 600x \\ \Leftrightarrow n = 480.$$

**07 C**

$$500(0,65 + 0,60 + 0,20) + x \cdot 0,65 = 1.000$$

$$0,65x + 725 = 1.000$$

$$0,65x = 275$$

$$x = 423,076 \text{ (423 selos)}$$

Logo, deverão ser comprados 923 (500 + 423) selos de R\$ 0,65.

**08 D**

Ana comprou  $2x$  barras de chocolates enquanto que Beatriz comprou  $x$  barras de chocolates.

$$2x - 27 = x + 27$$

$$2x - x = 27 + 27$$

$$x = 54$$

Logo, cada uma ficou com  $54 + 27 = 81$  barras de chocolate.

**09 D**

Sejam  $c$  e  $v$ , respectivamente, as quantidades iniciais das cédulas de cinquenta e de vinte reais. Logo,

$$\begin{cases} 50c + 20v = 590 \\ 150c + 40v = 1530 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5c + 2v = 59 \\ 15c + 4v = 153 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} c = 7 \\ v = 12 \end{cases}$$

Portanto, a quantidade total de cédulas disponíveis inicialmente no caixa da loja era igual a:

$$c + v = 7 + 12 = 19.$$

**10 C**

Sabendo que a despesa foi igual a R\$ 67,00, tem-se que

$$5x + 5y + 4 \Leftrightarrow 3 = 67 \cdot x + y = 11.$$

Além disso, como foram compradas 89 unidades de frutas, vem

$$6x + y + 4 \Leftrightarrow 12 = 89 \cdot 6x + y = 41.$$

Subtraindo a primeira equação da segunda, obtemos

$$6x + y - x - y = 41 - 11 \Leftrightarrow x = 6.$$

Portanto, foram compradas  $6 \cdot 6 = 36$  maçãs.

**BLOCO 07****01 A)**  $x^2 + 6x + 8 = 0$ 

$$x_1 + x_2 = -6$$

$$x_1 \cdot x_2 = 8 \rightarrow x_1 = -2 \text{ e } x_2 = -4 \quad S = \{-2, -4\}$$

**B)**  $x^2 - 4x - 32 = 0$ 

$$x_1 + x_2 = 4$$

$$x_1 \cdot x_2 = -32 \rightarrow x_1 = 8 \text{ e } x_2 = -4 \quad S = \{8, -4\}$$

**C)**  $2x^2 + 3x - 2 = 0$ 

$$\Delta = 9 + 16 = 25$$

$$x = \frac{-3 \pm 5}{4} \rightarrow x_1 = \frac{1}{2} \text{ e } x_2 = -2 \quad S = \{\frac{1}{2}, -2\}$$

**D)**  $x^2 - 2x - 6 = 0$ 

$$\Delta = 4 + 24 = 28$$

$$x = \frac{2 \pm 2\sqrt{7}}{2} = 1 \pm \sqrt{7} \quad S = \{1 \pm \sqrt{7}\}$$

**E)**  $x^2 - 10x + 25 = 0$ 

$$x_1 + x_2 = 10$$

$$x_1 \cdot x_2 = 25 \rightarrow x_1 = x_2 = 5 \quad S = \{5\}$$

**F)**  $x^2 + 6x + 11 = 0$ 

$$\Delta = 36 - 44 = -8$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{-8}}{2}$$

As raízes não são números reais.

**02 D**

$$39 = -\frac{t^2}{4} + 400 \rightarrow \frac{t^2}{4} = 361$$

$$t^2 = 4 \times 361 \cdot t = \sqrt{4 \times 361} = 2 \times 19$$

$$t = 38 \text{ min}$$

**03 D**

$X$  = Número de amigos.

$$(x - 3) \cdot 19 = 3 \cdot \frac{342}{x} \Leftrightarrow x \cdot (x - 3) = 3 \cdot \frac{342}{19} \Leftrightarrow x^2 - 3x - 54 = 0$$

Resolvendo, temos  $x = 9$  ou  $x = -6$  (não convém).

**04 C**

Se o número de homens no grupo é  $x$ , então o número de mulheres é  $40 - x$ . Além disso, o valor pago por cada homem é  $\frac{2.400}{x}$  reais. Como cada mulher pagou R\$ 64,00 a menos que cada homem, temos que cada uma pagou  $\frac{2.400}{x} - 64$  reais. Portanto, sabendo que a despesa das mulheres também foi de R\$ 2.400,00, segue que:

$$(40 - x) \left( \frac{2.400}{x} - 64 \right) = 2.400 \Rightarrow (40 - x) \left( \frac{2.400 - 64x}{x} \right) = 2.400 \\ \Rightarrow (40 - x)(2.400 - 64x) = 2.400x$$

**05 D**

Seja  $x$  o nº de alunos inicialmente.

$$1^\circ) \text{ Cota inicial} = \frac{48}{x}$$

$$2^\circ) \text{ Após a desistência de 6 alunos, cota final} = \frac{48}{(x - 6)}$$

$$\text{Então, } \frac{48}{(x - 6)} = \frac{48}{x} + 0,40 \cdot (\div 8)$$

$$\frac{6}{(x - 6)} = \frac{6}{x} + 0,05 \rightarrow \frac{6}{(x - 6)} = \frac{6}{x} + \frac{1}{20}$$

$$\rightarrow \frac{6}{(x - 6)} = \frac{120 + x}{20x} \rightarrow 120x = 120x - 720 + x^2 - 6x \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 - 6x - 720 = 0 \rightarrow x = 30 \text{ (pois } x = -24 \text{ não convém)}$$

Daí participaram da cota 24 alunos que representam

$$\frac{24}{30} = 0,80 = 80\%$$

**06 A**

Sejam  $n$  e  $c$ , respectivamente, o número de caminhões e a capacidade máxima de cada caminhão.

Logo, como  $n \cdot c = 90$  e  $(n + 6) \cdot (c - \frac{1}{2}) = 90$ , segue-se que

$n^2 + 6n - 1080$ . Daí, como  $n$  é natural, só pode ser  $n = 30$  e, portanto, o resultado pedido é  $30 + 6 = 36$ .

**07 B**

$$\text{Inicialmente cada um pagaria} = \frac{3.250}{x}$$

$$\text{Após a entrada de 3 pessoas, cada um pagou} = \frac{3.250}{x + 3}$$

Daí:

$$\frac{3.250}{(x)} - \frac{3.250}{(x + 3)} = 75$$

$$\frac{3.250(x + 3) - 3.250 \cdot x}{x \cdot (x + 3)} = 75$$

$$9.750 = 75 \cdot (x^2 + 3x)$$

$$130 = x \cdot (x + 3) \rightarrow$$

$$\rightarrow x \cdot (x + 3) = 10 \times 13 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 10 \text{ ou } x = -10 \text{ (Não convém)}.$$

**08 C**

Considerando a equação produto  $(x^2 + 1) \cdot (x^2 - 25) \cdot (x^2 - 5x + 6) = 0$ , temos;

$$x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1 \text{ (Não possui raízes reais)}$$

$$x^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{25} \Leftrightarrow x = \pm 5$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} \Rightarrow x = 2 \text{ ou } x = 3$$

Portanto, a soma de suas raízes inteiras será  $5 + (-5) + 2 + 3 = 5$ .

**09 A**

Sendo  $a = 2$ ,  $b = -5$  e  $c = -4$ , das relações entre coeficientes e raízes, vem

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{n+m}{mn} = \frac{-b}{a} = -\frac{b}{c} = -\frac{(-5)}{-4} = -\frac{5}{4}$$

**10 D**

A máxima quantidade do produto A ocorre quando  $y = 0$ .

Temos, então, a seguinte equação:

$$\frac{x^2}{400} = 1 \Rightarrow x^2 = 400 \Rightarrow x = \pm 20$$

Como  $x \geq 0$ , então  $x = 20$ .

## DE OLHO NA REVISÃO

**01 B**

1ª Parte: mmc (15, 20, 12) = 60

15, 20, 12	2	
15, 10, 6	2	
15, 5, 3	3	
5, 5, 1	5	
1, 1, 1		mmc = 4 · 3 · 5 = 60

2ª Parte:

Abril tem 30 dias.

Maio tem 31 dias.

Junho tem 30 dias.

Após 60 dias do dia 14 de abril de 1998 ocorrerá o próximo encontro, isto é, no dia 13 de junho.

**02 B**

Suponha que  $d$  seja a distância a percorrer.

1ª parte: Velocidade  $v = 10$  km/h. Seja  $t$  o tempo para percorrer a distância  $d$ .

$$\frac{1h \rightarrow 10 \text{ km}}{t \rightarrow d} \rightarrow \frac{1}{t} = \frac{10 \text{ km}}{d} \rightarrow d = 10 \cdot t \text{ km}$$

2ª parte: Se  $v = 15$  km/h; ele gastaria  $(t - 2)$  horas para percorrer a mesma distância. Então:

$$d = (t - 2) \cdot 15 \text{ km. Daí:}$$

$$(t - 2) \cdot 15 = 10 \cdot t$$

$$15t - 30 = 10 \cdot t$$

$$5t = 30$$

$$t = 6 \text{ horas}$$

3ª parte: A distância  $d = 10 \times 6 = 60$  km.

Para chegar exatamente ao mesmo dia, ele gastaria  $t - 1 = 6 - 1 = 5$ h.

Então, ele deve correr a uma velocidade de:

$$v = \frac{60 \text{ km}}{5 \text{ h}} = 12 \text{ km/h.}$$

**03 B**

I) Xg ácido II) Xg de água

1ª Despeja-se 20 g de ácido no vidro II.

I)  $(x - 20)$  g ácido II)  $(x + 20)$  g mistura

2ª Despeja-se  $\frac{2}{3}(x + 20)$  g da mistura no vidro I.

$$\begin{aligned} \text{I) } (x - 20) + \frac{2}{3} \cdot (x + 20) \quad \text{II) } (x + 20) \frac{2}{3} (x + 20) &= \\ &= \frac{1}{3} (x + 20) \end{aligned}$$

$$(x - 20) + \frac{2}{3} \cdot (x + 20) = 4 \cdot \left[ \frac{1}{3} \cdot (x + 20) \right]$$

$$(x - 20) = \frac{4}{3} \cdot (x + 20) - \frac{2}{3} \cdot (x + 20)$$

$$(x - 20) = \frac{2}{3} \cdot (x + 20)$$

$$3x - 60 = 2x + 40 \Rightarrow x = 100 \text{ g}$$

**04 B**

A cada 1 hora ficam no reservatório  $(62 - 46) = 16$  litros. Logo, a capacidade do reservatório era de  $16 \cdot 42 = 672$  litros.

**05 D**

$x^2 =$  massa de Sérgio

De acordo com o problema, temos:

$$x^2 - 7\sqrt{x^2} - 44 = 0$$

$$x^2 - 7x - 44 = 0$$

Resolvendo a equação, temos:  $x = 11$  ou  $x = -4$  (não convém).

Portanto, a massa de Sérgio será:  $x^2 = 11^2 = 121$  kg.

**06 C**

Seja  $n$  o número de pessoas que inicialmente faria a divisão.

De acordo com as informações, obtemos:

$$\begin{aligned} \frac{1200}{n-3} = \frac{1200}{n} + 90 &\Leftrightarrow n^2 - 3n - 40 = 0 \\ &\Rightarrow n = 8. \end{aligned}$$

**07 D**

Considerando o valor do Delta nulo, temos:

$$m^2 - 12 = 0$$

$$m = \pm \sqrt{12}$$

$$m = \pm 2\sqrt{3}$$

Obs.: uma equação do segundo grau com discriminante nulo apresenta duas raízes reais e iguais.

**08 B**

Pelas Relações de Girard, obtemos  $\alpha + \beta = -\frac{7}{3}$  e  $\alpha \cdot \beta = -6$ . Logo,

$$\begin{aligned} \alpha^2 \beta + \alpha \beta^2 - \alpha - \beta &= \alpha \beta \cdot (\alpha + \beta) - (\alpha + \beta) \\ &= (\alpha + \beta) \cdot (\alpha \beta - 1) \\ &= -\frac{7}{3} \cdot (-6 - 1) \\ &= \frac{49}{3}. \end{aligned}$$

**09 C**

Seja  $n$  o número de pessoas que inicialmente fariam a divisão.

De acordo com as informações, obtemos

$$\begin{aligned} \frac{1200}{n-3} = \frac{1200}{n} + 90 &\Leftrightarrow n^2 - 3n - 40 = 0 \\ &\Rightarrow n = 8. \end{aligned}$$

**10 C**

Medidas dos lados:  $x$  e  $3x$

Perímetro:  $P = 3x + 3x + x + x = 8x$

Área:  $3x^2$

Fazendo  $A = P$ , temos:

$$3x^2 = 8x$$

$$x = 0 \text{ (não convém) ou } x = 8/3$$

Portanto,  $3x = 3 \cdot (8/3) = 8$ .

# Resoluções de Exercícios

## MATEMÁTICA II

Capítulo  
01

### Conhecimentos Numéricos

Teoria dos Conjuntos e o  
Conjunto dos Números Reais

## EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

### BLOCO 01

01 B

$$C_{8,2} + C_{8,3} + C_{8,4} + C_{8,5} + C_{8,6} + C_{8,7} + C_{8,8}$$

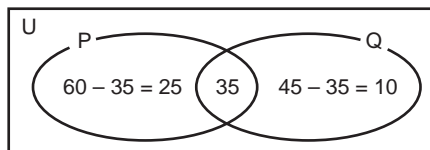
$$28 + 56 + 70 + 56 + 28 + 8 + 1 = 247$$

02 A)  $2^5$ , pois  $n = 5$  (5 elementos)

B)  $N(P(C(A))) = 2^{2^5} = 2^{32}$

### BLOCO 02

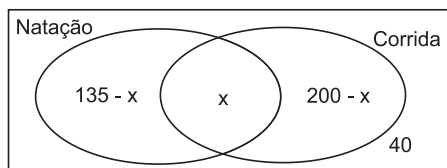
01 c



Número de consumidores entrevistados foi de  $25 + 35 + 10 = 70$ .

02 E

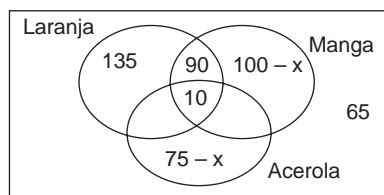
De acordo com os dados temos os seguintes diagramas:



Atérvés de uma equação de primeiro grau, temos:  
 $135 - x + x + 200 - x + 40 = 245 \Rightarrow -x = 245 - 375 \Rightarrow x = 130$ .

03 D

De acordo com o enunciado temos



$$135 + 100 - x + 75 - x + 90 + 10 + x + 65 + 65 = 500$$

$$x = 40$$

04 B

$14 = 20\% H + 20\% M$ ,  $H$  é o total de homens e  $M$  é o total de mulheres, logo  $k = H + M$ .

Temos então:

$$14 = 20\% (H + M) \Rightarrow 14 = 20\% K$$

$$k = 14 \cdot \frac{20}{100} \Rightarrow k = 70$$

### BLOCO 03

01 c

Calculando a fração geratriz das dízimas periódicas, obtemos:

$$1,333... = 1 + 0,\bar{3} = 1 + \frac{3}{9} = \frac{4}{3};$$

$$0,222... = 0,\bar{2} = \frac{2}{9};$$

$$1,111... = 1 + 0,\bar{1} = 1 + \frac{1}{9} = \frac{10}{9}$$

e

$$0,666... = 0,\bar{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$$

Daí, como

$$1,333... + \frac{4}{5} + 1,2 + \frac{7}{3} = \frac{4}{3} + \frac{4}{5} + \frac{6}{5} + \frac{7}{3}$$

$$= \frac{11}{3} + \frac{10}{5}$$

$$= \frac{11}{3} + 2;$$

$$0,222... + \frac{1}{5} + 0,3 + \frac{1}{6} = \frac{2}{9} + \frac{1}{5} + \frac{3}{10} + \frac{1}{6}$$

$$= \frac{20 + 18 + 27 + 15}{90}$$

$$= \frac{80}{90};$$

$$1,111... + \frac{3}{10} + 1,7 + \frac{8}{9} = \frac{10}{9} + \frac{3}{10} + \frac{17}{10} + \frac{8}{9}$$

$$= \frac{18}{9} + \frac{20}{10}$$

$$= 2 + 2$$

$$= 4$$

e

$$0,666... + \frac{7}{2} + 0,1 + \frac{1}{2} = \frac{2}{3} + \frac{7}{2} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{8}{2} + \frac{1}{10}$$

$$= \frac{20 + 120 + 3}{30}$$

$$= \frac{143}{30};$$

segue-se que Tadeu foi o vencedor.

02 B

I. Falsa, pois o plano B ficará mais vantajoso.

Plano A:  $57 + 0,68 \cdot 30 = 77,40$

Plano B:  $49 + 0,76 \cdot 30 = 71,80$

II. Verdadeira, pois  $49 < 57$ .

III. Falsa, pois:

Plano A:  $57 + 0,68 \cdot 10 = 63,80$

Plano B:  $49 + 0,76 \cdot 10 = 56,60$

Portanto, somente II é verdadeira.

### BLOCO 04

01 B

Para evitar prejuízo, deve-se ter

$$3,8x - (0,4 \cdot 3,8x + 570) > 0 \Leftrightarrow 2,28x > 570$$

$$\Leftrightarrow x > 250.$$

Portanto, o número mínimo de tubos de plástico que devem ser produzidos e vendidos é igual a 251. Daí, segue que 251 . [248, 260].

02 D

Segundo os dados do problema, temos:  
 Lucro com o produto A:  $10x - 1000$   
 Lucro com o produto B:  $15x - 3000$   
 Portanto,  
 $15x - 3000 > 10x - 1000$   
 $5x > 2000$   
 $x > 400$

Logo, o número mínimo de kits será 401.

03 D

Sejam  $\ell$  e  $r$ , respectivamente, as distâncias percorridas diariamente, em km, por Laura e Rita.  
 Temos Regular.  $\ell \geq 5$  e  $r \leq 12 - \ell$ . Portanto, a distância percorrida por Rita será máxima quando a distância percorrida por Laura for mínima, ou seja,  $r = 12 - 5 = 7$  km.

## EXERCITANDO HABILIDADES

### BLOCO 01

01 D

TIPO DE FRUTA	QUANTIDADE COLHIDA	NUMERAÇÃO DECIMAL
Maracujá	XXXVII	37
Maçã	DCIX	609
Pera	MDXXV	1525
Total		2171

02 C

1 3 - 9 8 2 0 7,  
 unidade  
 dezena  
 centena  
 unidade de milhar  
 dezena de milhar  
 centena de milhar

03 C

Seja  $n = ab$ , com  $a, b \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ . De acordo com as informações, temos  $ba = 2ab + 18 \Leftrightarrow 10b + a = 2(10a + b) + 18$   
 $\Leftrightarrow 8b - 19a = 18$ .  
 Mas  $b = 3a + 1$ . Logo,  
 $8(3a + 1) - 19a = 18 \Leftrightarrow 5a = 10$   
 $\Leftrightarrow a = 2$   
 e, portanto,  $b = 3 \cdot 2 + 1 = 7$ .  
 O resultado pedido é igual a  $a + b = 2 + 7 = 9$ .

### BLOCO 02

01 C

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{64}{81}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{81}{64} = \frac{243}{256}$$

02 B

03 D

Sabendo que um gugol é igual a  $10^{100}$ , segue-se que um gugolplex é igual a  $10^{10^{100}}$ . Portanto, um gugolplex possui  $10^{100} + 1$  algarismos.

### BLOCO 03

01 C

$$11101 = 1 \cdot 24 + 1 \cdot 23 + 1 \cdot 22 + 0 \cdot 21 + 1 \cdot 20 = 16 + 8 + 4 + 1 = 2$$

02 - B

Lembrando que  $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$ , tem-se que o resultado pedido é dado por

$$2 \cdot 30 \cdot \left( 90 \cdot \frac{6,25}{1000} - 16 \cdot \frac{6,25}{1000} - 0,9 \cdot 0,45 \right) = 60 \cdot (0,5625 - 0,5050) = \text{R\$ } 3,45.$$

## TAREFA DE CASA

### BLOCO 01

01 A)  $2^8 = 256$

B)  $2^{2^8} = 2^{256}$

02 C

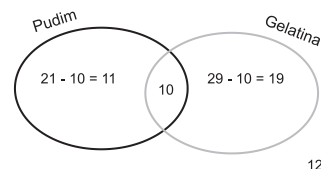
Como o time B não ficou entre os três últimos colocados, conclui-se que B ocupou uma das duas primeiras posições. Como a posição do time A superou a posição do time C, C superou a posição do time E e, D superou a posição do time A; concluímos que D também ocupa uma das duas primeiras posições. Portanto, os times que possuem a melhor classificação são B e D.

03 D

Os países que integram exatamente 3 das organizações são: Peru, Equador, Colômbia, Venezuela, Paraguai, Argentina e Uruguai. Portanto, a resposta é 7.

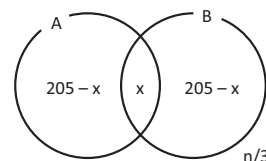
04 A

De acordo com o problema, podemos elaborar os seguintes diagramas:



Portanto o número de pesquisados é:  
 $11 + 10 + 19 + 12 = 52$ .

05 A



A: conjunto das pessoas que responderam à primeira pergunta.  
 B: conjunto das pessoas que responderam à segunda pergunta.  
 x: número de pessoas que responderam às duas perguntas.  
 n: número de trabalhadores da FABRITEC;  
 Temos, então, o seguinte sistema de equações:

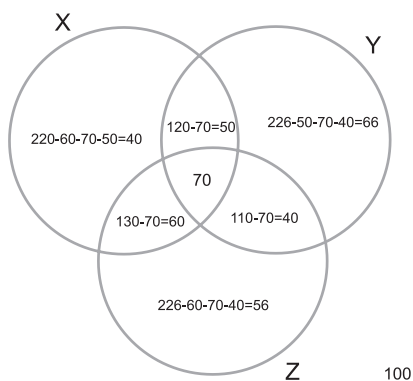
$$\begin{cases} 2 \cdot (205 - x) + x + \frac{n}{3} = n \\ 205 - x + 205 - x = 210 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2n}{3} + x = 410 \\ 2x = 200 \end{cases}$$

onde  $x = 100$  e  $n = 465$ .

Portanto, o número de trabalhadores da empresa é 465.

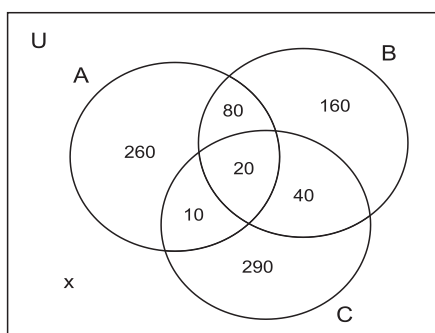
06 C

De acordo com o problema, podemos elaborar os seguintes diagramas:



Pessoas que não frequentam o shopping "X":  $66 + 40 + 56 + 100 = 262$ .

07 B



Os dados do problema foram representados no diagrama acima e  $x$  o número de pessoas que não opinaram por nenhum produto. Temos então a equação:

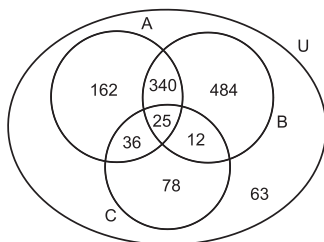
$$x + 260 + 150 + 290 + 80 + 10 + 40 + 20 = 1200$$

Portanto,  $x = 340$ .

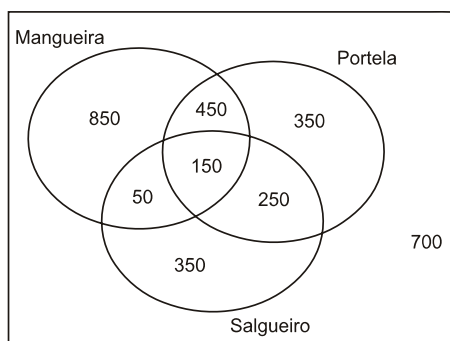
08 B

Considere o diagrama, em que o conjunto representa os candidatos que leram "Você Verá", o conjunto B representa os candidatos que leram "O tempo é um rio que corre" e o conjunto C representa os candidatos que leram "Exílio".

Portanto, a quantidade de candidatos que leram apenas "O tempo é um rio que corre" é igual a 484.



09

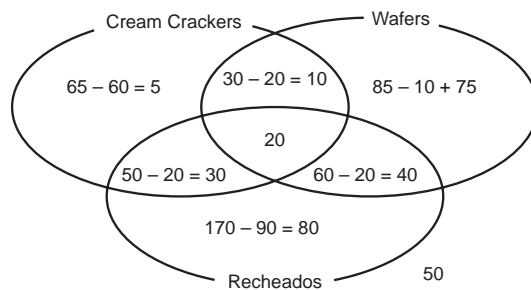


Utilizando os diagramas acima, temos:

- A)  $1500 + 350 + 350 + 250 + 700 = 3150$ .  
 B)  $3150 - 800 = 2350$ .

10 B

Com os dados do problema, temos os seguintes diagramas:



Portanto, o número de pessoas que responderam à pesquisa será dado por:

$$N = 5 + 10 + 30 + 20 + 15 + 40 + 80 + 50 = 250.$$

## BLOCO 02

01 C

$C_1 = 50$  páginas       $C_2 = 45$  páginas       $C_3 = 40$  páginas

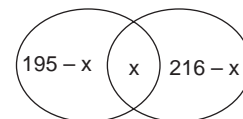
- páginas em comum a  $C_1, C_2$  e  $C_3$ : 4
- páginas em comum a  $C_1$  e  $C_2$ :  $10 - 4 = 6$
- páginas em comum a  $C_1$  e  $C_3$ :  $6 - 4 = 2$
- páginas em comum a  $C_2$  e  $C_3$ :  $5 - 4 = 1$
- páginas somente de  $C_1$ :  $50 - (4 + 6 + 2) = 38$
- páginas somente de  $C_2$ :  $45 - (4 + 6 + 1) = 34$
- páginas somente de  $C_3$ :  $40 - (4 + 2 + 1) = 33$

$$\text{Total: } 4 + 6 + 2 + 1 + 38 + 34 + 33 = 118$$

02 C

Total: 300 mulheres

- pensam que os homens odeiam shopping:  $0,72 \cdot 300 = 216$
- pensam que os homens preferem que faça as tarefas de casa:  $0,65 \cdot 300 = 195$



$$\text{Total: } (216 - x) + x + (195 - x) = 300 \Rightarrow x = 111 \text{ mulheres.}$$

03 B

Seja  $x$  o número de pessoas que não comeu nenhum salgado.

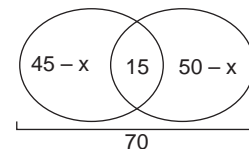
- Como 45 não comeram salgado de queijo temos que  $45 - x \Rightarrow$  comeram frango

- Do mesmo modo:

$$50 - x \Rightarrow \text{comeram queijo}$$

- 15 comeram queijo e frango

Logo:  
 $45 - x + 15 + 50 - x = 70 \Rightarrow x = 20$   
 $-2x + 110 = 70$   
 $-2x = -40$   
 $x = 20$



04 B

Considere o diagrama, em que A é o conjunto das pessoas que possuem automóvel, e M é o conjunto das pessoas que possuem moto.

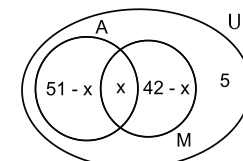
Seja  $x$  o número de pessoas que possuem automóvel e moto.

Como 51 pessoas possuem automóvel, segue que  $51 - x$  pessoas possuem apenas automóvel. Além disso, sabendo que 42 pessoas possuem moto, temos que  $42 - x$  pessoas possuem apenas moto.

Portanto, dado que 5 pessoas não possuem nenhum dos dois veículos e que o grupo tem 87 pessoas, segue que

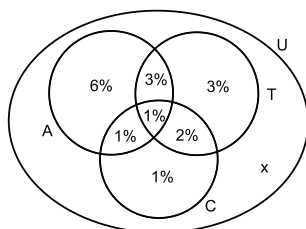
$$51 - x + x + 42 - x + 5 = 87 \Leftrightarrow 98 - x = 87$$

$$\Leftrightarrow x = 11.$$



05 E

Considere a figura. Como o total de habitantes adultos corresponde a 100% do número de pessoas entrevistadas, segue que  $11\% + 3\% + 2\% + 1\% + x = 100\% \Leftrightarrow x = 83\%$ , com  $x$  sendo o percentual dos entrevistados que não usam nenhuma das três drogas.



Portanto, o resultado pedido é

$$83\% \cdot 200000 = \frac{83}{100} \cdot 200000 = 166.000.$$

06 A

$$60 - y + x + y + 25 - x + 35 - y - x = 100$$

$$-(x + y) = 100 - 120$$

$$x + y = 20$$

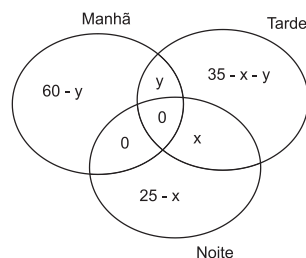
Somente no período da tarde:

$$35 - 20 = 15;$$

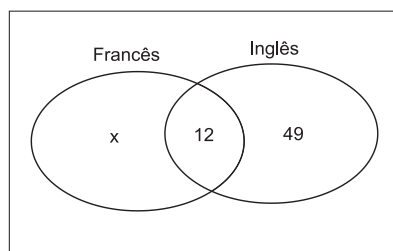
Tarde e noite:  $x$  é no máximo 20

(pois  $x + y = 20$ );

Somente no período da noite: no mínimo 5 ( $25 - 20 = 5$ ).



07 B



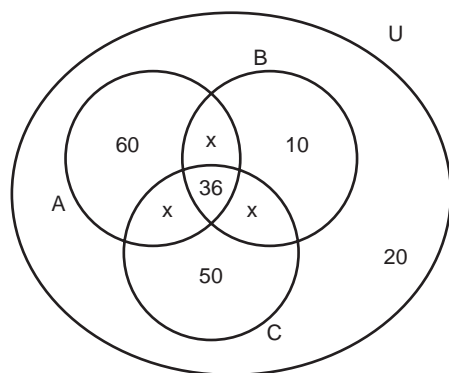
Número de trabalhadores que optaram apenas pela Língua francesa:  $x = 76 - 12 - 49 = 15$ .

Portanto, o número de trabalhadores que optaram por se especializar em língua francesa foi de:

$$x + 12 = 15 + 2 = 17.$$

08 E

Considere o diagrama.



Sabendo que 200 pacientes foram entrevistados, temos:

$$x + x + x + 36 + 60 + 50 + 10 + 20 = 200 \Leftrightarrow 3x + 176 = 200 \Leftrightarrow x = 8.$$

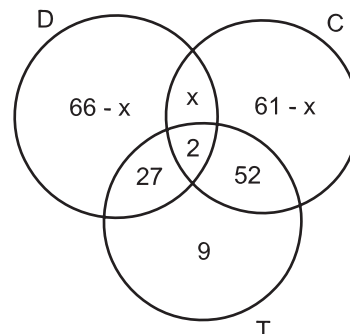
Portanto, o resultado pedido é  $3 \cdot 8 + 36 = 60$ .

09 A

Sejam C, D e T, respectivamente, o conjunto das pessoas que foram ao espetáculo de dança, o conjunto das pessoas que foram ao cinema e o conjunto das pessoas que foram ao teatro.

Sabemos que  $0,4 \cdot 90 = 36$  das pessoas que foram ao teatro não foram ao cinema. Assim,  $0,25 \cdot 36 = 9$  pessoas foram apenas ao teatro e, portanto, exatamente  $36 - 9 = 27$  pessoas assistiram à apresentação de dança e foram ao teatro, mas não foram ao cinema.

Se  $x$  é o número de pessoas que foram à apresentação de dança e ao cinema, mas não foram ao teatro, considere o diagrama.



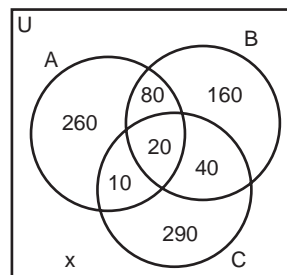
Daí, como o público que assistiu a mais de uma atração é igual ao dobro dos que assistiram somente à apresentação de dança, temos:

$$x + 2 + 27 + 52 = 2 \cdot (66 - x) \Leftrightarrow x = 17.$$

Em consequência, a quantidade de pessoas que assistiu a somente uma das atrações é:

$$66 - x + 61 - x + 9 = 136 - 2 \cdot 17 = 102.$$

10 B



Os dados do problema foram representados no diagrama acima, e  $x$  o número de pessoas que não opinaram por nenhum produto. Temos então a equação:

$$x + 260 + 150 + 290 + 80 + 10 + 40 + 20 = 1200$$

Portanto,  $x = 340$ .

### BLOCO 03

01 B

De acordo com o texto, o calendário do item B.

02 A

$$\overline{\text{MCCV}} = 1.205.000.$$

$$\overline{\text{XLIII}} = 43.000.$$

03 D

$$x = \frac{9200}{20} \cdot 3 = 1380,00$$

04 B

Dividindo 60 L por 15 L, obtemos que o número de descargas por dia é 4.

Com a bacia ecológica, serão gastos  $4 \cdot 6 = 24$  L de água por dia, portanto uma economia de  $60 - 24 = 36$  L por dia.

05 D

Se a cada  $m^2$  são 600 BTU/h e se a sala tem  $20 m^2$ , temos:

$$600 \cdot 20 = 1200 \text{ BTU/h}$$

Precisamos acrescentar  $2 \cdot 600$  BTU/h pelas duas pessoas além e também mais 600 BTU/h pelo funcionamento da TV, logo no total temos:  $1200 \text{ BTU/h} + 1200 \text{ BTU/h} + 600 \text{ BTU/h} = 3000 \text{ BTU/h}$

06 E

Para solucionar a questão basta em cada alternativa calcular a soma das calorias obtidas com a combinação. Por exemplo, para o item A teríamos:

- sanduíche completo: 491
  - porção de fritas: 206
  - refrigerante diet 300 mL: 120
  - porção de frutas: 25
- Somando temos: 722 cal.

Procedemos assim para todas as alternativas e vamos concluir que para o item E temos 766 cal, que é a de maior valor energético menor do que 800 cal.

**07 B**  
n fotos em um album de p páginas.

Uma foto por página, sobram 50 fotos, então  $n = p + 50$ .

Se colocar uma foto em x páginas e três nas demais, isso significa (p - x) e não sobram fotos, logo:

$$\begin{aligned} x + 3(p - x) &= n \Rightarrow -2x + 3p = n \\ -2x + 3p &= p + 50 \Rightarrow p - x = 25 \end{aligned}$$

**08 B**  
Admitindo x o valor acrescido aos R\$100,00 para facilitar o troco.  
 $100 + x - 77 = 23 + x$  deverá ser múltiplo de 10, pois o operador do caixa só tinha notas de R\$10,00; logo o menor valor de x possível é 7. Assim, o cliente irá repassar R\$107,00 ao operador do caixa.

**09 A**  
Construindo as soluções, temos:  
 $0 \times (\text{R\$ } 5,00) + 6 \times (\text{R\$ } 20,00) = \text{R\$ } 120,00$   
 $1 \times (\text{R\$ } 5,00) + 5 \times (\text{R\$ } 20,00) = \text{R\$ } 105,00$   
 $2 \times (\text{R\$ } 5,00) + 4 \times (\text{R\$ } 20,00) = \text{R\$ } 90,00$  (De acordo com o enunciado)  
 $3 \times (\text{R\$ } 5,00) + 3 \times (\text{R\$ } 20,00) = \text{R\$ } 75,00$   
 $4 \times (\text{R\$ } 5,00) + 2 \times (\text{R\$ } 20,00) = \text{R\$ } 60,00$   
 $5 \times (\text{R\$ } 5,00) + 1 \times (\text{R\$ } 20,00) = \text{R\$ } 45,00$   
 $6 \times (\text{R\$ } 5,00) + 0 \times (\text{R\$ } 20,00) = \text{R\$ } 30,00$

**10 D**  
Seja  $N = ab$ , com a e b naturais menores do que ou iguais a 9. Invertendo-se a ordem dos algarismos de N, obtemos o número ba, tal que  
 $ab - ba = 27 \Leftrightarrow 10a + b - (10b - a) = 27$   
 $\Leftrightarrow 9a - 9b = 27$   
 $\Leftrightarrow a - b = 3$ .

Além disso, como a soma dos algarismos de N é igual a 9, vem

$$\begin{cases} a + b = 9 \\ a - b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 3 \end{cases}$$

Daí,  $N = ab = 63 = 3^2 \cdot 7$  e, portanto, segue que a quantidade de divisores naturais de N é  $(2 + 1)(1 + 1) = 3 \cdot 2 = 6$ .

## BLOCO 04

**01 D**  
Sendo  $\overline{XA} = \overline{AB} = \dots = \overline{HI} = u$ , segue que:  
 $Y = X + 10u \Leftrightarrow \frac{3}{2} = \frac{1}{6} + 10u$   
 $\Leftrightarrow u = \frac{2}{15}$

Portanto, o ponto D representa o número

$$D = X + 4u = \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{2}{15} = \frac{7}{10}$$

**02 D**  
Escrevendo todas as frações com o denominador 48, temos:

$$\begin{aligned} \frac{23}{24} &= \frac{46}{48} \\ \frac{7}{8} &= \frac{42}{48} \text{ (menor)} \\ \frac{47}{48} & \\ \frac{11}{12} &= \frac{44}{48} \\ \frac{4}{3} &= \frac{64}{48} \\ \frac{11}{8} &= \frac{66}{48} \text{ (maior)} \end{aligned}$$

**03 E**  
A carta da mesa é  $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$  que representa 75%, que é igual a 0,75. As possibilidades de pares, no caso as cartas  $\frac{3}{4}$ , 75% e 0,75.

**04 D**  
Como  $x = \sqrt{3} \cong 1,7$ ;  $y = -\frac{1}{2} = -0,5$  e  $z = \frac{3}{2} = 1,5$ , tem-se  $t < y < z < x$ . Assim, a figura que representa o jogo de Clara é a da alternativa D. Note que na alternativa A,  $x = 3$ .

**05 A**  
Valor em reais:  $152.1,6 = 243,20$ ;  
Total de Litros:  $50.3,8 = 190$ ;  
Valor do litro:  $243,20/190 = 1,28$ .

**06 E**  
 $10 \text{ pessoas} \cdot 20 \text{ dias} \cdot 0,08 \text{ m}^3 \text{ de água} = 16$   
Se  $1 \text{ m}^3 = 1 \text{ 000 L} \Rightarrow 16 \cdot 1 \text{ 000} = 16 \text{ 000 L}$

**07 A**  
Valor da encomenda:  $200 \cdot 0,8 + 100 \cdot 1,10 = 270$   
Valor com o engano:  $100 \cdot 0,8 + 200 \cdot 1,10 = 300$   
Portanto, foram cobrados R\$30,00 a mais do que o valor correto.

**08 D**  
Se ele retém 95%, ele deixa passar 5%, isto é,  $1/20$ . Então o FPS = 20.

**09 B**  
 $160 \text{ Gb} = 160 \times 2^{10} \text{ Mb} = 160 \times 2^{10} \times 2^{10} \text{ Kb} = 160 \times 2^{20} \times 2^{10} \text{ bytes}$   
 $= 160 \times 2^{30} \text{ bytes}$

**10 D**

## QUESTÃO DESAFIO

**01 C**  
Dados:  
Bagdali cedeu = 3 pães e Beremiz cedeu 5 pães  
Cada um ficará para comer na viagem  $\frac{8}{3}$  dos pães. A divisão justa das moedas de ouro deverá ser proporcional à quantidade de alimento cedida ao rico comerciante; mas cuidado, pois a quantidade que Bagdali e Beremiz consomem deverá ser levada em conta. Vejamos:  
a) Bagdali comeu  $\frac{8}{3}$  pães e cedeu para Salém  $3 - \frac{8}{3} = \frac{1}{3}$  pães.  
b) Beremiz comeu  $\frac{8}{3}$  pães e cedeu para Salém  $5 - \frac{8}{3} = \frac{7}{3}$  pães.  
Então, para recompensá-las, Salém deverá dividir 8 moedas de ouro em partes proporcionais a  $\frac{1}{3}$  e  $\frac{7}{3}$ .

Sendo a e b as partes que cabem a Bagdali e Beremiz, respectivamente, temos:

$$\begin{aligned} \frac{a}{\frac{1}{3}} &= \frac{b}{\frac{7}{3}} = \frac{a+b}{\frac{1}{3} + \frac{7}{3}} = \frac{8}{\frac{8}{3}} = 3 \\ \rightarrow a &= \frac{1}{3} \cdot 3 \rightarrow a = 1 \text{ e} \\ \rightarrow b &= \frac{7}{3} \cdot 3 \rightarrow b = 7 \end{aligned}$$

Capítulo  
**02**

## Conhecimentos Algébricos

Definição de Função e Função Polinomial do 1º grau

## EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

### BLOCO 05

**01 D**  
Para solucionar a questão basta observar o gráfico. Note que o valor a ser pago para a locadora D é menor do que o da locadora P, entre 100 e 160, pois nesse intervalo o gráfico de Q está abaixo do de P. O mesmo ocorre para o intervalo de 0 a 20.

02 A

A diferença do valor de venda para o valor de compra, representa o valor ganho por ação, para cada investidor. Pelo gráfico temos os valores de compra e venda de acordo com a hora. Como todos venderam a mesma quantidade de ações, o melhor negócio foi feito pelo que vendeu pelo maior valor. Veja:  
 Investidor 1:  $460 - 150 = 310$  (lucro)  
 Investidor 2:  $200 - 150 = 50$  (lucro)  
 Investidor 3:  $460 - 380 = 80$  (lucro)  
 Investidor 4:  $100 - 460 = -360$  (prejuízo)  
 Investidor 5:  $200 - 100 = 100$  (lucro)

Logo, o investidor 1 fez o melhor negócio.

03 B

i. idade da criança

• dose  $y = 14 \Rightarrow \left(\frac{i}{i+12}\right) \cdot 42 = 14 \Rightarrow i = 6$  anos

• dose  $x = \left(\frac{6}{6+12}\right) \cdot 60 \Rightarrow$  dose  $x = 20$

**BLOCO 06**

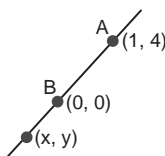
01 A)

1ª) **Modo:** Pela taxa de variação:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-0}{1-0} = 4$$

Para que  $(x, y)$  pertença a reta, devemos ter:

$$\frac{y-4}{x-1} = 4 \rightarrow y-4 = 4x-4 \rightarrow \boxed{y=4x}$$



2ª) **Modo:** Sistema de equações:

Seja  $y = ax + b$ , a equação da reta que passa pelos pontos  $(0, 0)$  e  $(1, 4)$ . Então,

$$\begin{cases} 0 = a \cdot 0 + b \rightarrow \boxed{b=0} \\ 4 = a \cdot 1 + b \rightarrow 4 = a + 0 \rightarrow \boxed{a=4} \end{cases}$$

Daí a lei será dada por:  $y = 4x$

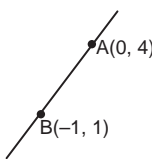
B) Seja  $y = ax + b$ , a lei.

$$a = \frac{4-1}{0-(-1)} = \frac{3}{1} = 3$$

Logo,  $y = 3x + b$ . Como  $A(0,4)$  pertence a reta, podemos afirmar que:

$$4 = 3 \cdot 0 + b \rightarrow b = 4$$

Daí,  $y = 3x + 4$ .



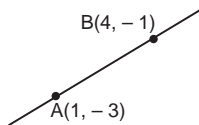
C)

1ª) **Modo:**  $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1-(-3)}{4-1} = \frac{2}{3}$

2ª) **Modo:**  $(x, y) \in$  reta se:

$$\frac{y-(-3)}{x-1} = \frac{2}{3} \rightarrow 3y+9=2x-1 \rightarrow$$

$$\rightarrow 3y = 2x - 10 \rightarrow \boxed{y = \frac{2}{3}x - \frac{10}{3}}$$



D)

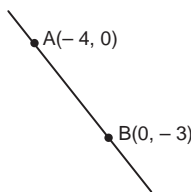
$$a = \frac{0-(-3)}{-4-0} = \frac{-3}{4}$$

Se  $(x, y) \in$  reta, então:

$$\frac{y-0}{x-(-4)} = \frac{-3}{4} \rightarrow$$

$$\rightarrow y = \frac{-3}{4} \cdot (x+4)$$

$$\rightarrow \boxed{y = \frac{-3}{4} \cdot x - 3}$$



02 C

Sendo o padrão de variação de 2004/2010 igual a  $968 - 750 = 218$  e que o padrão de 2010/2016 se manteve igual ao de 2004/2010, ou seja, 218. Como o enunciado nos propõe que o número de favelas em 2010 é de 968, logo o número de favelas em 2016 será  $968 + 218 = 1\ 186$  favelas, ou seja, maior que 1 550 e menor que 1 200.

**BLOCO 07**

01 A

$$3q + 90 = 5q \rightarrow 2q = 90 \rightarrow q = 45$$

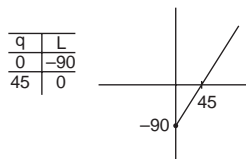
02 B

$$L = R - C = 5q - (3q + 90)$$

$$L = 2q - 90$$

03 A

$$L = 2q - 90$$



**EXERCITANDO HABILIDADES**

**BLOCO 04**

01 D

$$\frac{f_0}{f_F} = \frac{c}{c + v_F}$$

$$f_0 \cdot c + f_0 \cdot v_F = c \cdot f_F \rightarrow v_F = \frac{c \cdot f_F - c \cdot f_0}{f_0}$$

$$v_F = \frac{c \cdot (f_F - f_0)}{f_0}$$

02 A

$$v_F = \frac{340,3 \cdot (400 - 380)}{380} \text{ m/s}$$

$$v_F = 17,91 \text{ m/s} \rightarrow v_F = 17,91 \times 3,6 \text{ km/h}$$

$$v_F \approx 64,5 \text{ km/h}$$

Nota:  $1 \text{ km/h} = \frac{1.000 \text{ m}}{3.600 \text{ seg}} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$

$$1 \text{ km/h} \leftrightarrow \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$$

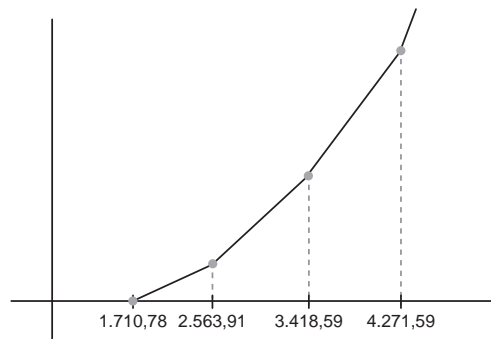
**BLOCO 05**

01

1.1 Seja  $x$  a base de cálculo mensal em R\$ e  $I(x)$  o imposto a pagar:

$$I(x) = \begin{cases} 0; & x \leq 1.710,78 \\ 7,5\% \cdot x - 128,31; & 1.710,79 \leq x \leq 2.563,91 \\ 15\% \cdot x - 320,60; & 2.563,92 \leq x \leq 3.418,59 \\ 22,5\% \cdot x - 577; & 3.418,60 \leq x \leq 4.271,59 \\ 27,5\% \cdot x - 790,58; & x > 4.271,59 \end{cases}$$

1.2

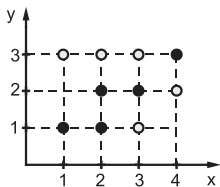


# TAREFA DE CASA

## BLOCO 05

01 A

Considere a figura.



De acordo com a sequência de jogadas apresentada, podemos concluir que o jogador que ganhou a partida foi o que anotava sua jogada com a cor cinza, em sua terceira jogada, ou seja, na jogada (1, 3).

02 c

O número de elementos com comprimento maior que ou igual a 3 cm é dado por  $n_1 = \frac{5000}{3^2 + 1} = \frac{5000}{10} = 500$ .

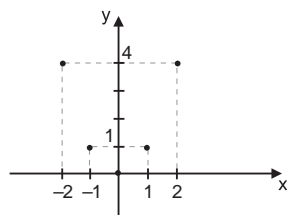
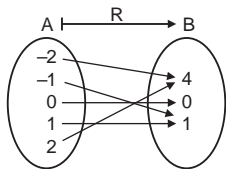
O número de elementos com comprimento maior que ou igual a 7 cm é  $n_2 = \frac{5000}{7^2 + 1} = \frac{5000}{50} = 100$ .

Portanto, o número aproximado de alevinos com comprimento entre 3 cm e 7 cm é igual a  $500 - 100 = 400$ .

03

- A)  $N(A \cdot B) = n(A) \cdot n(B) = 5 \cdot 6 = 30$   
 B)  $N^\circ$  de relações de A em B =  $2^{n(A \cdot B)} = 2^{30}$   
 C)  $R = \{(x, y) \in A \cdot B / y = x^2\}$   
 $x \in A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

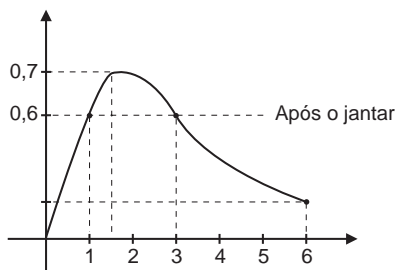
- $x = -2 \rightarrow y = (-2)^2 = 4 \in B \rightarrow (-2, 4) \in R$   
 $x = -1 \rightarrow y = (-1)^2 = 1 \in B \rightarrow (-1, 1) \in R$   
 $x = 0 \rightarrow y = 0^2 = 0 \in B \rightarrow (0, 0) \in R$   
 $x = 1 \rightarrow y = 1^2 = 1 \in B \rightarrow (1, 1) \in R$   
 $x = 2 \rightarrow y = 2^2 = 4 \in B \rightarrow (2, 4) \in R$   
 $R = \{(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$



- D) R é função.  
 $D(R) = A$   
 $C_o(R) = B$   
 R tem somente uma raiz igual a 0.  
 $Im(R) = \{4, 0, 1\}$

04 c

O indivíduo que bebeu após o jantar em 1 h atinge o limite máximo permitido de álcool, e somente após 3 horas aproximadamente ele poderá dirigir, pois as imagens no gráfico são menos que 0,6 quando  $x > 3$ .



Analisando o gráfico do 2º indivíduo, concluímos que após 4,5 horas aproximadamente ele poderá dirigir.

05 A

$$C_{\text{young}} = \frac{4}{4+12} \text{ (Dosagem do adulto)}$$

$$C_{\text{young}} = \frac{1}{4} \text{ (Dosagem do adulto)}$$

$$C_{\text{young}} = 25\% \text{ (Dosagem do adulto)}$$

06 c

Durante a 3ª hora foram produzidos:  $(40 - 20) = 20$  calças.

07 A

Quando a partícula se encontra na posição inicial a distância ao centro é 1 cm.

E quando se encontra em B (distante 1 cm de B) a distância até o centro é  $\sqrt{2}$  cm.

Podemos perceber estas duas condições apenas no gráfico da alternativa A.

08 c

Tempo de uso do chuveiro  $2.5 \cdot 10 = 100 \text{ min} = \frac{100}{60}$  horas.

$$C = \frac{P \cdot H \cdot D}{1000} = \frac{2500 \cdot \frac{100}{60} \cdot 30}{1000} = 125.$$

09 c

No gráfico 1, notamos que para o valor 7 temos consumo igual a 15; No gráfico 2, notamos que para o consumo 15 temos um valor de 9; Logo, o valor será aumentado em 2. O que representa um aumento de aproximadamente 28,5% em relação ao 7.

10 c

1. Falsa. Para  $t = 0$ , temos  $P = \frac{3600}{9 + 3 \times 4} = \frac{3600}{12} = 300$ .

2. Verdadeira, pois  $3 \cdot 4^t$  tende a zero com o passar do tempo, logo P aumenta.

3. Verdadeira, pois  $9 + 3 \cdot 4^t$  tende a 9 com o passar do tempo e P tende a 400.

## BLOCO 06

01

A)  $y = ax + b$ , onde  
 $a = \frac{2 - (-4)}{1 - 0} = 6$

Se  $(0, -4)$  pertence a reta, então

$$-4 = 6 \cdot 0 + b \rightarrow b = -4$$

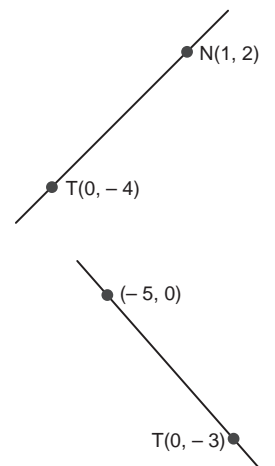
$$\rightarrow y = 6x - 4$$

B)  $y = ax + b$ , onde  
 $a = \frac{-3 - 0}{0 - (-5)} = \frac{-3}{5}$

Daí:

$$-3 = \frac{-3}{5} \cdot 0 + b \rightarrow b = -3 \rightarrow$$

$$\rightarrow y = \frac{-3}{5}x - 3$$



02 B

$$-20 + 4p = 46 - 2p \rightarrow$$

$$\rightarrow 6p = 66 \rightarrow p = 11$$

03 B

instante  $t_1 \rightarrow 0$  a 100 o preço é constante.

De 101 a 300  $\rightarrow$  o preço é variável.

De 301 a 500  $\rightarrow$  volta a ser constante.

O gráfico B mostra isso.

**04 c**

Considerando que  $Q(t)$  é a quantidade de resíduos domiciliares por habitante no ano  $t$  e observando a tabela temos um aumento de 40 kg a cada cinco anos. Portanto, em 2020 a quantidade será dada por:  $Q(2.020) = Q(1.995) + (25 : 5) \cdot 40 \Rightarrow Q(2.020) = 460 + 200 = 660$ .

**05 E**

A reta passa pelos pontos  $(0, 18)$  e  $(9, 0)$ .

$$\text{Logo: } m = \frac{0 - 18}{9 - 0} \Rightarrow m = -2$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 0 = -2(x - 9) \Rightarrow y = -2x + 18.$$

Para  $x = 4$ , que corresponde ao ano de 2011, temos:

$$y = -2 \cdot 4 + 18 \Rightarrow y = 10$$

**06 c**

Considerando que o eixo horizontal foi dividido de 4 em 4 anos, então: Os pontos  $(4, 239)$  e  $(28, 461)$  pertencem ao gráfico da função  $f(x) = ax + b$ , então:

$$\begin{cases} 239 = 4a + b \\ 461 = 28a + b \end{cases} \sim \begin{cases} 28a + b = 461 \\ -4a - b = -239 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 24a = 222 \end{cases}$$

$$a = \frac{37}{4} \text{ e } b = 239 - 4 \cdot \frac{37}{4} = 239 - 37; b = 202$$

Logo:

$$f(x) = \frac{37}{4} \cdot x + 202 \text{ e em 2011, isto é, após 32 anos, temos:}$$

$$f(x) = \frac{37}{4} \cdot 32 + 202$$

$$f(32) = 498 \text{ espécies ameaçadas de extinção.}$$

**07 A**

I. (a)

$$F(c) = a \cdot c + b$$

$$F(0) = 32 \rightarrow a \cdot 0 + b = 32 \rightarrow b = 32$$

$$F(100) = 212 \rightarrow 100a + b = 212 \rightarrow 100a + 32 = 212$$

$$\rightarrow a = \frac{180}{100} = 1,8 = \frac{18}{10} = \frac{9}{5}$$

$$F(c) = \frac{9}{5} \cdot c + 32$$

**08 B**

Admitindo que  $Q = mt + p$ , temos:

$$\text{Em 2010, } t = 0 \text{ e } Q = 49.$$

$$\text{Em 2020, } t = 10 \text{ e } Q = 44$$

$$P = Q(0) = 49 \text{ e } m = \frac{44 - 49}{10 - 0} = -\frac{1}{2}$$

$$\text{Logo, } Q = -\frac{1}{2}t + 49.$$

**09 D**

O custo total é dado por  $45x + 9800$ , enquanto que a receita é igual a  $65x$ . Desse modo, temos:

$$0,2 \cdot 65x = 65x - (45x + 9800) \Leftrightarrow 13x = 20x - 9800 \Leftrightarrow x = 1400$$

Por conseguinte, a soma dos algarismos de  $x$  é igual a  $1 + 4 + 0 + 0 = 5$ .

**10 B**

Para evitar prejuízo, deve-se ter

$$3,8x - (0,4 \cdot 3,8x + 570) > 0 \Leftrightarrow 2,28x > 570 \Leftrightarrow x > 250.$$

Portanto, o número mínimo de tubos de plástico que devem ser produzidos e vendidos é igual a 251. Daí, segue que  $251 \in [248, 260]$ .

**BLOCO 07****01 c**

JAN	FEV
29	30
980	1000

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1000 - 980}{30 - 29} = 20$$

**02 c**

Admitindo que o número de celulares vendidos por  $(y)$  mês possa ser expresso como função polinomial do primeiro grau do seu preço  $(x)$ . Portanto,  $y = a \cdot x + b$ .

$$\text{Resolvendo o sistema } \begin{cases} 1400 = 250 \cdot a + b \\ 1200 = 200 \cdot a + b \end{cases} \text{ temos:}$$

$$a = -6 \text{ e } b = 2900$$

Logo,  $y = -6x + 2900$ ; se o preço for 265 reais, serão vendidos  $y = -6 \cdot 265 + 2900 = 1310$  unidades.

**03 E**

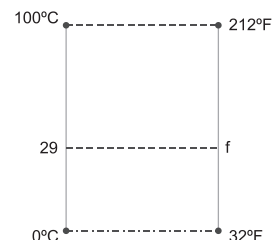
$$\frac{29}{100} = \frac{f - 32}{212 - 32}$$

$$\frac{29}{5} = \frac{f - 32}{9}$$

$$5f - 160 = 261$$

$$5f = 421$$

$$f = 84,2 \text{ } ^\circ\text{F}$$

**04 B**

A taxa de variação nos 10 primeiros dias e entre os dias 20 e 25 é dada por

$$\frac{500 - 300}{10 - 0} = \frac{300 - 200}{25 - 20} = 20 \text{ cm/dia.}$$

Calculado a taxa entre os dias 15 e 10, obtemos

$$\frac{200 - 500}{15 - 10} = -60 \text{ cm/dia,}$$

e entre os dias 30 e 25,

$$\frac{100 - 300}{30 - 25} = -40 \text{ cm/dia.}$$

**05 E**

A função  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  que descreve a relação entre o salário  $f(x)$  e o número  $x$  de produtos vendidos, é definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 750, & \text{se } 0 \leq x \leq 100 \\ 9 \cdot (x - 100) + 300 + 750, & \text{se } x > 100 \\ 3x + 750, & \text{se } 0 \leq x \leq 100 \\ 9x + 150, & \text{se } x > 100 \end{cases}$$

Logo, como  $f(0) = 750$ ,  $f(100) = 3 \cdot 100 + 750 = 1050$  e  $f(200) = 9 \cdot 200 + 150 = 1950$  segue que o gráfico que melhor representa a função  $f$  é o da alternativa E.

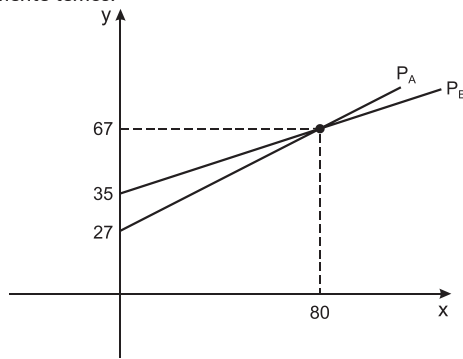
**06 B**

Preço da ligação do plano A:  $P_A = 27 + 0,5t$

Preço da ligação do plano B:  $P_B = 35 + 0,4t$ , onde  $t$  é o tempo da ligação em minutos.

$$\text{Fazendo } P_A = P_B, \text{ temos: } 27 + 0,5t = 35 + 0,4t \Rightarrow 0,1 \cdot t = 8 \Rightarrow t = 80 \text{ min.}$$

Graficamente temos:



Analisando o gráfico concluímos que a partir de 80 minutos cobrados, o plano B é mais vantajoso que o plano A.

07 c

Seja  $f: [37500; 47000] \rightarrow [2100; 4237,5]$  a função definida por  $f(x) = ax + b$  em que  $x$  é a base de cálculo e  $f(x)$  é o imposto devido.

A taxa de variação da função  $f$  é dada por:

$$a = \frac{4237,5 - 2100}{47000 - 37500} = 0,225.$$

Portanto, o acréscimo pedido é igual a

$$f(x + 1000) - f(x) = 0,225 \cdot (x + 1000) + b - (0,225x + b) = R\$ 225,00.$$

08 A

Sejam  $y$  o valor a pagar e  $x$  o consumo.

$$y = \begin{cases} 5,50; & 0 \leq x \leq 10 \\ (x - 10) \cdot 0,85 + 5,50; & 10 < x \leq 20 \\ (x - 20) \cdot 2,13 + 10 \cdot 0,85 + 5,50; & 20 < x \leq 30 \\ (x - 30) \cdot 2,13 + 10 \cdot 2,13 + 10 \cdot 0,85 + 5,50; & 30 < x \leq 50 \\ (x - 50) \cdot 2,36 + 21,30 + 21,30 + 8,50 + 5,50; & x > 50 \end{cases}$$

O gráfico da função definida acima, é, portanto, o item A.

09 A

I. **Correta.** Seja  $q: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  a função definida por  $q(m) = am + b$ , com  $a \in \mathbb{R}^*$  e  $b \in \mathbb{R}$ . Temos:

$$a = \frac{8 - 3}{40 - 15} = 0,2.$$

Daí, como o ponto  $(15, 3)$  pertence ao gráfico de  $q$ , temos:  
 $3 = 0,2 \cdot 15 + b \Leftrightarrow b = 0.$

II. **Incorreta.** De I, é imediato que as grandezas relacionadas são diretamente proporcionais.

III. **Correta.** Se  $m = 1\text{kg}$ , tem-se  $q = 0,2\text{ mL}$ . Logo, a dose do soro antirrábico é

$$\frac{0,2 \cdot 1000}{5} = 40 \text{ UI/kg}.$$

IV. **Correta.** De III, temos  $80 \cdot 40 = 3.200 \text{ UI}$ . Assim, um indivíduo de 80 kg só poderá receber a dose máxima.

V. **Incorreta.** De [III], sabemos que se um indivíduo necessita de 2.880 UI de soro, então, a massa desse indivíduo é de  $\frac{2880}{40} = 72\text{kg}$ .

10 B

Sabe-se que o tempo da mãe de João é 30 minutos menor que o tempo de João.

Considerando  $t$  o tempo da mãe de João e  $t + 0,5$  o tempo de João, temos a seguinte igualdade:

$$60t = 20(t + 0,5) \Rightarrow 60t = 20t + 10 \Rightarrow t = 0,25\text{h} = 15 \text{ min}.$$

E a distância percorrida por ambos é  $d = 60 \cdot 0,25\text{h} = 15 \text{ km}$ .

## DE OLHO NA REVISÃO

01 B

De acordo com as informações acima a fila será: Vera, Isabela, Carol, Álvaro e Marcos. Onde Carol ocupou a posição central.

02 D

DOT GD 06 05

ano de fabricação 2005.  
 produzido na 6ª semana

03 D

DOT PR 26 06

ano 2006  
 fabricando na 26ª semana de 2006.

Em 25/02/2011 faltam aproximadamente 4 meses para a data expirar, portanto ele não deve fazer esta compra.

04 C

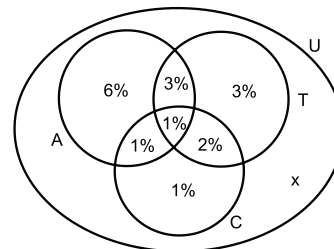
Se  $(r, n)$  denota o palpite correto sobre o resultado do jogo do time  $n$ , segue que:

$$(r, n) \in \{(d, 1), (d, 2), (v, 3), (d, 4), (v, 5)\}.$$

Desse modo,  $N_A - N_B = 4$  e  $N_C = 3$ . Portanto,  $N_A - N_B > N_C$ .

05 E

Considere a figura.

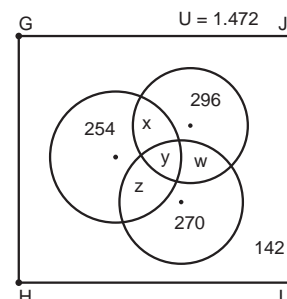


Como o total de habitantes adultos corresponde a 100% do número de pessoas entrevistadas, segue que  $11\% + 3\% + 2\% + 1\% + x = 100\% \Leftrightarrow x = 83\%$ , com  $x$  sendo o percentual dos entrevistados que não usam nenhuma das três drogas.

Portanto, o resultado pedido é:

$$83\% \cdot 200.000 = \frac{83}{100} \cdot 200.000 = 166.000.$$

06 c



De acordo com os dados temos que  $z + y = 214$ ,  $w + y = 31$  e  $x + y = 220$ . A partir daí podemos concluir que

$$x + y + z + w + 2y = 750 \rightarrow x + y + z + w = 750 - 2y.$$

Foram aprovados em pelo menos 1 disciplina um total de:

$$1472 - 142 = 1330.$$

Então, podemos afirmar que  $254 + 296 + 270 + x + y + z + w = 1330$ . Portanto,  $x + y + z + w = 510$ .

Finalmente,  $750 - 2y = 510 \rightarrow y = 120$ .

**07 B**

$$c(x) = 10 + 8x \text{ e } f(x) = 20x.$$

Fazendo  $f(x) > c(x)$ , temos:

$$20x > 10 + 8x$$

$$12x > 10$$

$$x > 10/12$$

Logo, deverá ser vendida pelo menos uma bolsa.

**08 D**

Admitido um crescimento constante, temos uma função de primeiro grau dada por:

$$y = ax + b, \text{ onde } a = 4300 \text{ (taxa constante) e } b = 880605 - 4300 = 876305.$$

$$\text{Logo, } y = 4300x + 876305.$$

**09 A**

$$\text{Empresa A: } PA = 100\,000x + 350\,000$$

$$\text{Empresa B: } PB = 120\,000x + 150\,000$$

Igualando os preços  $PA = PB$ , temos:

$$100\,000x + 350\,000 = 120\,000x + 150\,000.$$

**10 D**

$$\text{No plano k: } y = \begin{cases} 29,90 & \text{se } 0 < t \leq 200 \\ 29,90 + (t - 200) \cdot 0,20 & \text{se } t > 200 \end{cases}$$

$$\text{No plano z: } y = \begin{cases} 49,90 & \text{se } 0 < t \leq 300 \\ 49,90 + (t - 300) \cdot 0,20 & \text{se } t > 300 \end{cases}$$

Portanto, a resposta correta é a letra D.

# Resoluções de Exercícios

## MATEMÁTICA III

Capítulo  
**01**

### Conhecimentos Geométricos

Características das Figuras Geométricas Planas, Ângulos, Congruências, Grandezas, Unidades de Medida e Escalas; Comprimentos e Áreas

## EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

### BLOCO 01

**01**

$$\begin{aligned} \text{AOC} &= 70^\circ \\ \text{AOD} &= 120^\circ \\ \text{BOC} &= 70^\circ - 27^\circ = 43^\circ \\ \text{COD} &= 120^\circ - 70^\circ = 50^\circ \end{aligned}$$

**02**

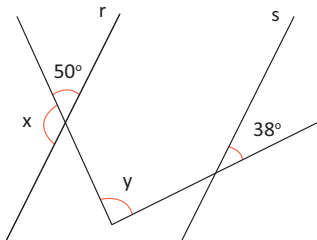
Sejam  $x$  e  $y$  as medidas dos ângulos. Desse modo:  
 $x + y = 180^\circ$  e  $x = 2y - 24^\circ$ .  
 Assim:  $x = 112^\circ$  e  $y = 68^\circ$ .

**03**

$$\begin{aligned} \text{B} \\ (x + 20^\circ) + (4x + 30^\circ) &= 180^\circ \\ 5x &= 130^\circ \\ \boxed{x = 26^\circ} \end{aligned}$$

**04**

$X = 130^\circ$  e  $y = 88^\circ$   
 1º)  $x + 50^\circ = 180 \rightarrow x = 130^\circ$   
 2º) traçando uma reta  $t$ , paralela a  $r$ , pelo vértice do ângulo de medida  $y$ , obtemos os ângulos  $a$  e  $b$ .

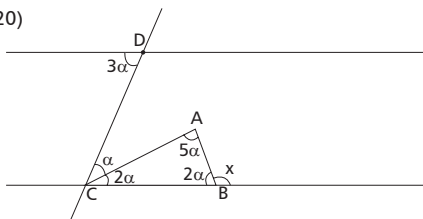


$$\begin{aligned} a &= 50^\circ \text{ (ângulos correspondentes)} \\ b &= 38^\circ \text{ (ângulos correspondentes)} \\ y &= a + b = 88^\circ \end{aligned}$$

### BLOCO 02

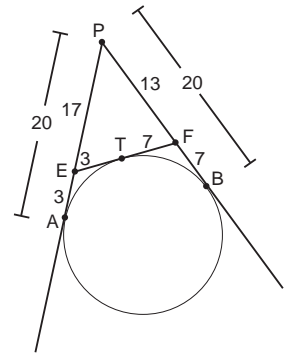
**01**

**C**  
 No triângulo ABC:  $5\alpha + 2\alpha + 2\alpha = 180^\circ$   
 $9\alpha = 180^\circ \rightarrow \alpha = 20^\circ$   
 Temos:  $x = 180^\circ - 2\alpha$   
 $x = 180^\circ - 2(20)$   
 $x = 140^\circ$



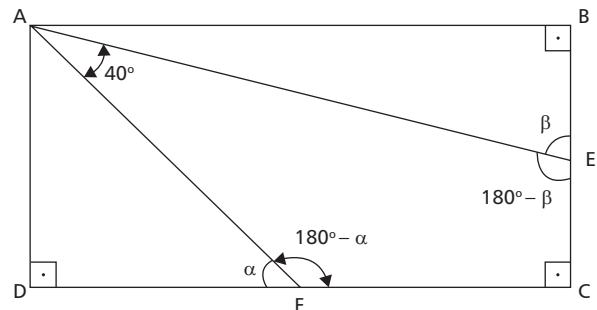
**02**

- C**  
 $\overline{PA} = 20$   
 $\overline{EF} = 10$   
 1.  $\overline{AE} = \overline{ET} = 3 \rightarrow \overline{TF} = 7$   
 pois  $\overline{EF} = 10$ .  
 2.  $\overline{TF} = \overline{FB} = 7$   
 3.  $\overline{PA} = \overline{PB} = 20 \rightarrow$   
 $\overline{PF} + \overline{FB} = 20 \rightarrow$   
 $\overline{PF} + 7 = 20 \rightarrow \overline{PF} = 13$ .  
 4.  $\overline{PE} + \overline{PF} = 17 + 13 = 30 \text{ cm}$



### BLOCO 03

**01**

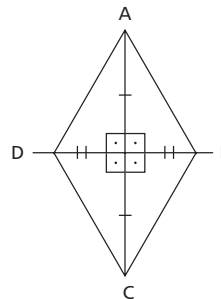


No quadrilátero AFCE da figura acima, temos:

$$\begin{aligned} 40^\circ + 180^\circ - \alpha + 180^\circ - \beta + 90^\circ &= 360^\circ \\ 130^\circ - \alpha - \beta = 0^\circ &\rightarrow \boxed{\alpha + \beta = 130^\circ} \end{aligned}$$

**02**

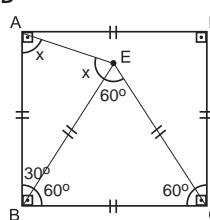
- A**  
 I. Falso, pois esta é uma propriedade de todos os paralelogramos.  
 II. Verdadeiro.



Se  $M$  o ponto médio de  $\overline{DB}$  e  $\overline{AC} \perp \overline{DB}$ , temos que os triângulos  $AMD$ ,  $AMB$ ,  $DMC$ , e  $CMB$  são congruentes. Logo,  $AD = DC = CB = BA$ . O quadrilátero é um losango.

- III. Falso, a interseção das diagonais poderia ser fora dos pontos médios.

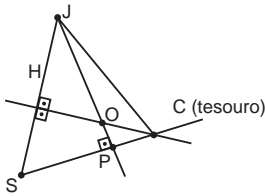
**03**



$\triangle ABE$  é isósceles  $\rightarrow \widehat{BEA} = \widehat{B\hat{A}E}$ .  
 Se  $\widehat{BEA} = x \rightarrow 2x + 30^\circ = 180^\circ$   
 $\rightarrow x = 75^\circ$

**BLOCO 04**

01



1ª) O ortocentro é o ponto de encontro das alturas do triângulo; portanto o 3º vértice pertence à reta  $\overline{HO}$ , perpendicular à reta  $\overline{JS}$ .

2ª) Traçando as retas  $\overline{JO}$  e  $\overline{SC}$  de modo que  $\overline{SC}$  seja perpendicular a  $\overline{JO}$ , o 3º vértice será encontrado no ponto de interseção das retas  $\overline{SC}$  e  $\overline{HO}$ .

02 E

O local do poço ficará no centro da circunferência que passa pelos pontos A, J e E. Portanto, para determiná-lo, devemos traçar as mediatrizes do triângulo AJE.

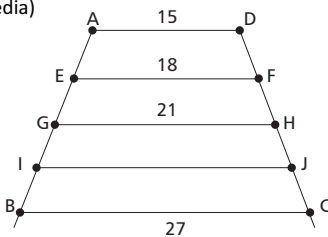
03 E

1ª)  $\overline{GH} = \frac{15 + 27}{2} = 21$  (Base média)

2ª)  $\overline{EF} = \frac{21 + 15}{2} = 18$

3ª)  $\overline{IJ} = \frac{21 + 27}{2} = 24$

Soma =  $21 + 18 + 24 = 63$



04 A

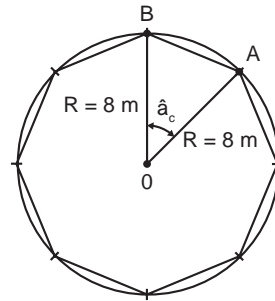
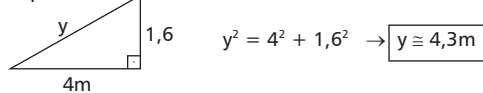
Regra de Três – simples:

1ª parte

Largura      altura  
100 cm → 40 cm → x = 160 cm

400 cm → x →  $x = 1,60 \text{ cm}$

2ª parte



→ Área =  $8 \cdot \left[ \frac{8 \cdot 8 \cdot \text{sen } 45^\circ}{2} \right] = 4 \times 64 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 128\sqrt{2} \text{ m}^2$

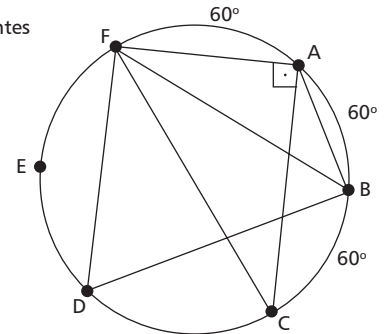
Resposta:  $128\sqrt{2} \text{ m}^2$

$\hat{A}c = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$  (Ângulo Central)

02 C

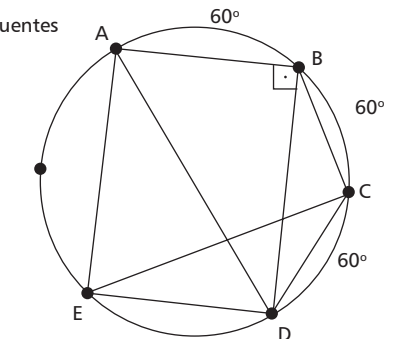
3 triângulos não congruentes

- { FAB
- { FAC
- { FBD



3 quadriláteros não congruentes

- { ABCD
- { ABDE
- { ABCE



**BLOCO 05**

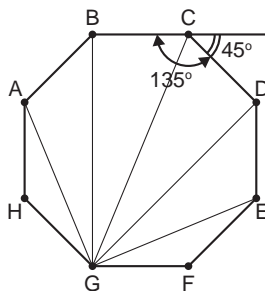
01

A) Octógono Regular (n = 8 lados)

$\hat{A}e = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$

B)  $S_i = (8 - 2) \cdot 180^\circ = 6 \cdot 180^\circ = 1080^\circ$

e  $\hat{A}_i = \frac{1080^\circ}{8} = 135^\circ$



C)  $S_e = 360^\circ$

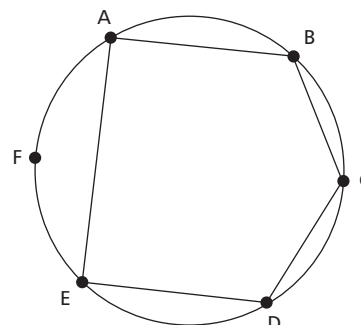
D)  $(8 - 3) = 5$  diagonais

E)  $d = \frac{8 \cdot (8 - 3)}{2} = 20$  diagonais

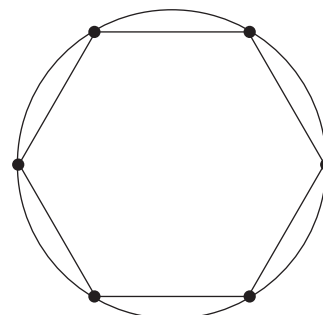
F)  $\frac{n}{2} = \frac{8}{2} = 4$  (obs.: n é par)

G) Área =  $8 \cdot$  (Área do triângulo AOB) →

1 pentágono



1 hexágono



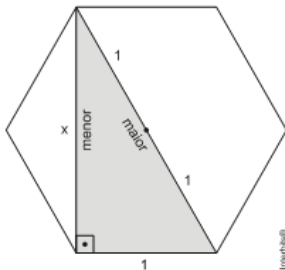
03 C

Número de diagonais:  $d = \frac{6 \cdot (6 - 3)}{2} = 9$ .

Medida das diagonais maiores:  $1 + 1 = 2$  cm.

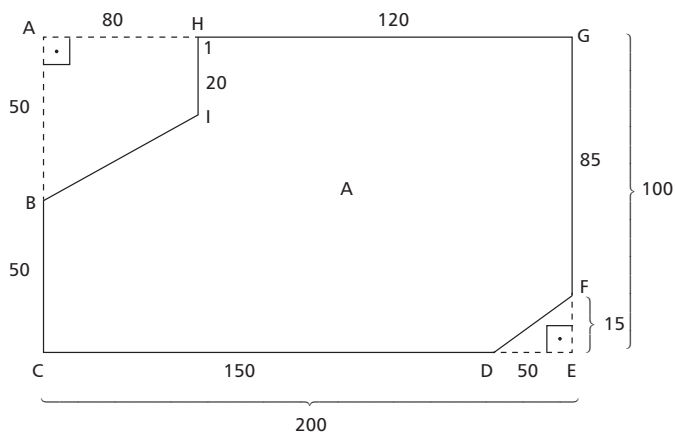
Medida das diagonais menores:  $x$ .

Na figura:  $x^2 + 1^2 = 2^2$   $x = \sqrt{3}$  são nove, de dois comprimentos diferentes, e as menores medem  $\sqrt{3}$  cm.



**BLOCO 06**

01 C

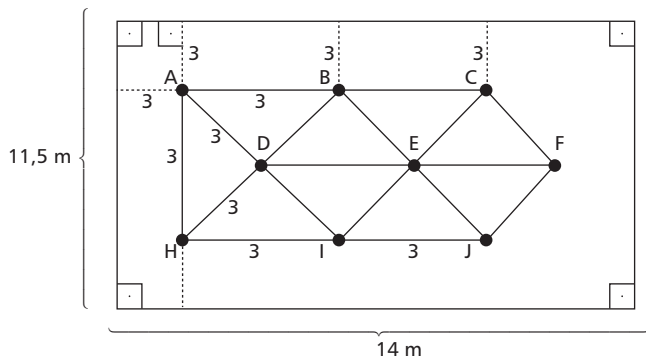


$$A = 200 \times 100 - \frac{(50 + 20) \cdot 80}{2} - \frac{50 \cdot 15}{2}$$

$$A = 20.000 - 375 = 16.825 \text{ m}^2$$

Então, a comissão será de:  $\frac{5}{100} \cdot 12 \cdot 16.825 = 10.095$  reais

02



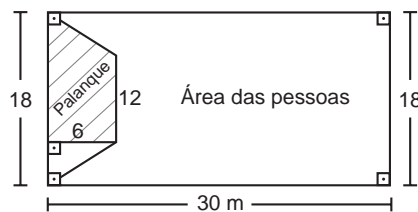
A otimização do uso do terreno ocorre quando plantamos as mudas numa rede de triângulos equiláteros, como mostra a figura acima.

A altura de cada triângulo equilátero é igual a

$$h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \approx \frac{3 \times 1,7}{2} \approx 2,55 \text{ m}$$

e assim podemos plantar no máximo 9 mudas.

03 D



1ª Parte:

$$\begin{aligned} \text{Área (pessoas)} &= 30 \times 18 \text{ m}^2 - \frac{(18 + 12) \cdot 6}{2} \\ &= 540 - 90 \\ &= 450 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

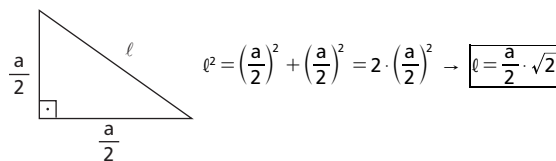
2ª Parte: Regra de três simples.

$$\begin{array}{ccc} \downarrow 2\text{m}^2 & \longrightarrow & 5 \text{ pessoas} \\ \downarrow 450\text{m}^2 & \longrightarrow & x \end{array}$$

$$\text{Daí, } \frac{2}{450} = \frac{5}{x} \rightarrow \boxed{x = 1.125 \text{ pessoas}}$$

04 D

1ª Cálculo da medida do lado  $\ell$  do hexágono regular



$$2^\circ \text{ Área do hexágono} = 6 \cdot \frac{\ell^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{6}{4} \cdot \frac{a^2}{4} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = \frac{3}{4} \cdot \sqrt{3} \cdot a^2$$

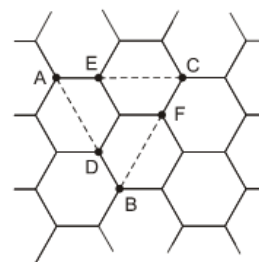
**BLOCO 07**

01 B

Sabemos que:  $\frac{3\ell^2\sqrt{3}}{2} = 8 \Rightarrow \ell^2 = \frac{16}{3\sqrt{3}}$ .

Seja  $r$  o raio do círculo circunscrito a cada um dos hexágonos. Como  $\overline{AD} = \overline{BF} = \overline{EC} = 2r = 2\ell$ , segue que o lado do triângulo ABC é  $3\ell$ .

Portanto,  $[ABC] = \frac{(3\ell)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{16}{3\sqrt{3}} = 12u.a.$



02 C

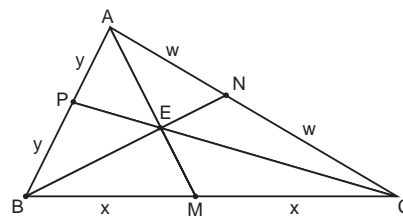


Figura 1

1ª Parte: Os triângulos BEM e CEM têm áreas iguais, pois apresentam bases iguais,  $\overline{BM} = \overline{CM} = x$ , e mesma altura relativa a estas bases. Analogamente, podemos afirmar que os triângulos AEP e PEB têm a mesma área, bem como os triângulos ANE e NEC também são equivalentes. Considere  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$  as áreas dos triângulos BEM, BEP e AEN, respectivamente.

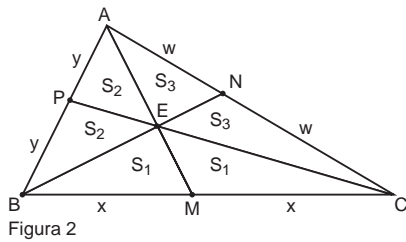


Figura 2

2ª Parte:

Na figura II, os triângulos ABM e AMC são equivalentes, pois, tomando  $BM = MC = x$  como base, eles têm a mesma altura.

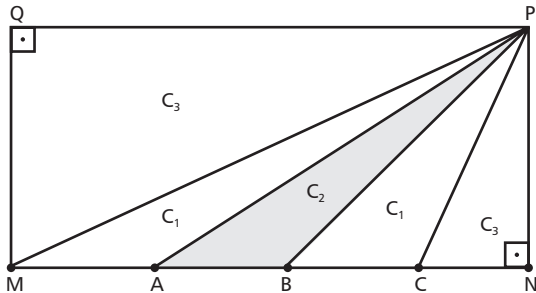
Então:  $S_1 + S_2 + S_2 = S_3 + S_3 + S_1 \rightarrow 2 \cdot S_2 = 2 \cdot S_3 \rightarrow S_2 = S_3$

Do mesmo modo, concluímos que os triângulos CPB e CPA têm a mesma área, então:

$$2 S_1 + S_2 = 2 S_3 + S_2 \rightarrow S_1 = S_3$$

Por conseguinte, os 6 triângulos em que foi dividida a área do triângulo ABC são equivalentes. Se a área do triângulo BEM é  $20 \text{ cm}^2$ , podemos afirmar que a área do triângulo ABC é igual a  $120 \text{ m}^2$ .

03 D



Seja "S" a medida de área do retângulo MNPQ. A diagonal MP divide a área ao meio. Então;

$$1^a) \text{Área } \triangle PMN = \frac{S}{2}$$

$$2^a) A_{C1} = A_{C2} = A_{C3} = \frac{1}{4} \cdot \frac{S}{2} = \frac{S}{8}$$

$$3^a) \frac{\text{Áreas das regiões com Car } C_1}{\text{Área Total}} = \frac{2 \cdot \frac{S}{8}}{S} = \frac{1}{4} = 25\%$$

## EXERCITANDO HABILIDADES

### BLOCO 01

01 B

Se  $1' = \frac{1^\circ}{60}$ , então  $3' = \frac{3^\circ}{60} = (0,05)^\circ$ .

Portanto,  $124^\circ 3' = 124^\circ + (0,05)^\circ = (124,05)^\circ$ .

### BLOCO 02

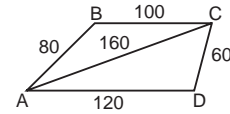
01 E

- A) Falso, pois  $3 + 5 = 8$ .
- B) Falso, pois  $13 > 4 + 8$ .
- C) Falso
- D) Falso
- E) Verdadeiro, pois  $8 - 4 < 5 < 8 + 4$ .

### BLOCO 03

01 A

1ª Parte: Pela fórmula de Heron  
 Área =  $A_{\triangle ABC} + A_{\triangle ADC}$



Cálculos auxiliares

$\triangle ABC$        $\triangle ADC$

$$P = \frac{100 + 160 + 80}{2} = 170 \quad P = \frac{120 + 160 + 60}{2} = 170$$

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \sqrt{170 \cdot 90 \cdot 70 \cdot 10} + \sqrt{170 \cdot 50 \cdot 110 \cdot 10} \\ &= 100 \cdot \sqrt{17 \times 9 \times 7} + 100 \cdot \sqrt{17 \times 5 \times 11} \\ &= 300\sqrt{119} + 100\sqrt{935} \\ &= 300 \times 10,90 + 100 \times 30,50 = 3.270 + 3.050 = 6.320 \end{aligned}$$

2ª parte: Área pela cubação

1ª) Perímetro do quadrilátero = 360

$$2^a) \text{Área} = \left(\frac{360}{4}\right)^2 = (90)^2 = 8100$$

Então, a diferença entre as áreas será:

$$\text{Diferença} \cong 8.100 - 6.320 = 1.780.$$

## TAREFA DE CASA

### BLOCO 01

01

$$\begin{aligned} \text{a) } x &= (90^\circ - x) + 70^\circ \\ x &= 90^\circ - x + 70^\circ \\ x + x &= 90^\circ + 70^\circ \\ 2x &= 160^\circ \\ x &= \frac{160^\circ}{2} \\ x &= 80^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } x &= \frac{1}{3} (180^\circ - x) \\ 3x &= 180^\circ - x \\ 3x + x &= 180^\circ \\ 4x &= 180^\circ \\ x &= \frac{180^\circ}{4} \\ x &= 45^\circ \end{aligned}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + y = 90^\circ \\ 2x = y = 30^\circ \end{cases}$$

Usando o método da adição

$$\begin{cases} x + y = 90^\circ \\ 2x - y = 30^\circ \end{cases}$$

$$3x = 120^\circ$$

$$x = \frac{120^\circ}{3}$$

$x = 40^\circ$  (substituindo o valor encontrado de x na 1ª equação).

$$x + y = 90^\circ$$

$$40^\circ + y = 90^\circ$$

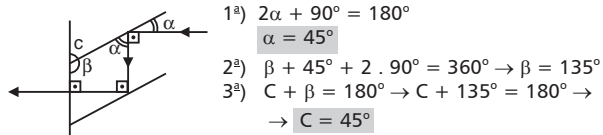
$$y = 90^\circ - 40^\circ$$

$$y = 50^\circ$$

02 D

$$N^{\circ} \text{ de voltas} = \frac{900^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{10}{4} = 2,5 \text{ voltas} = 2 \text{ voltas e meia.}$$

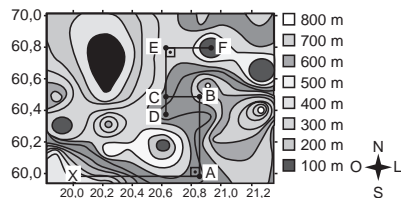
03 A



04 C

Colocando a peça 2 após girá-la  $90^{\circ}$  no sentido anti-horário.

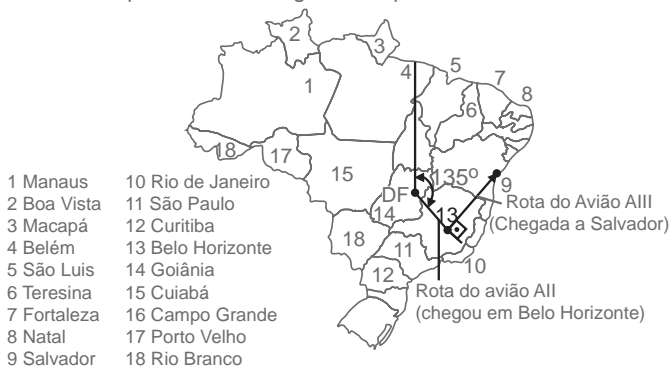
05 A



Saindo do ponto X (20, 60) e seguindo o percurso descrito na questão, o helicóptero pousou no ponto F do mapa acima, local onde a altitude é de 100 m.

06 B

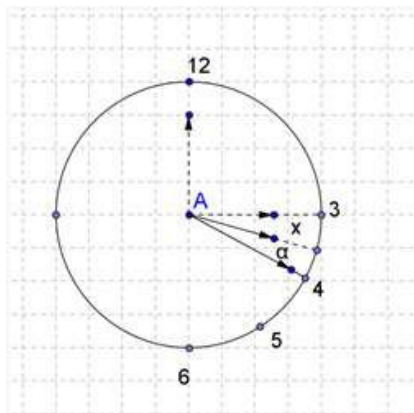
Mapa do Brasil e algumas capitais



SIQUEIRA, S. *Brasil Regiões*. Disponível em: <<http://www.santiagosiqueira.pro.br>> Acesso em: 28 jul. 2009 (Adaptado).

Carlos fez uma conexão em Belo Horizonte e, em seguida, embarcou para Salvador.

07 E



Quando o ponteiro grande percorre 60 min o ponteiro das horas descreve  $30^{\circ}$  então quando o ponteiro grande percorrer 20min o ponteiro das horas descreverá um ângulo de  $10^{\circ}$ . Portanto o ângulo interno  $\alpha = 30^{\circ} - 10^{\circ} = 20^{\circ}$ . Esta medida em radiano será igual a  $\pi/9$ .

08 D

Seja x a medida do ângulo.

$$3 \cdot (90^{\circ} - x) = \frac{1}{3} \cdot (180^{\circ} - x)$$

$$810^{\circ} - 9x = 180^{\circ} - x$$

$$8x = 630^{\circ} \rightarrow x = \frac{315^{\circ}}{4} \rightarrow x = \frac{7\pi}{16} \text{ rad.}$$

09 D

Seja x a medida do ângulo.

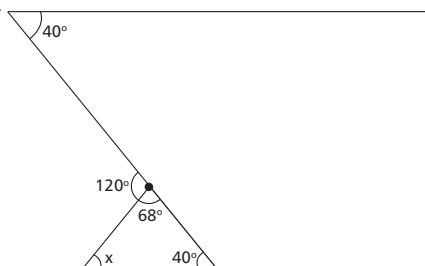
$$2 \cdot (90^{\circ} - x) = \frac{1}{5} \cdot (180^{\circ} - x)$$

$$180^{\circ} - 2x = 36^{\circ} - \frac{x}{5} \rightarrow 2x - \frac{x}{5} = 144^{\circ} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{9 \cdot x}{5} = 144^{\circ} \rightarrow x = 80^{\circ}$$

$$\text{Logo, } R(80^{\circ}) = 360^{\circ} - 80^{\circ} = 280^{\circ}.$$

10 C

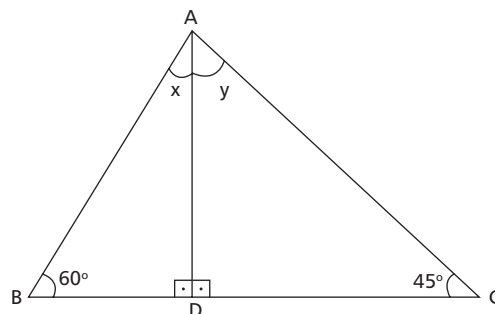


$$x + 68^{\circ} + 40^{\circ} = 180^{\circ}$$

$$x = 72^{\circ}$$

### BLOCO 02

01

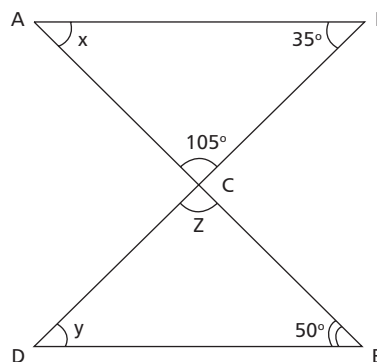


A) No  $\triangle ADC$ ,  $y + 90^{\circ} + 45^{\circ} = 180^{\circ} \rightarrow y = 45^{\circ}$

e No  $\triangle ABC$ ,  $x + 60^{\circ} = 90^{\circ} \rightarrow x = 30^{\circ}$

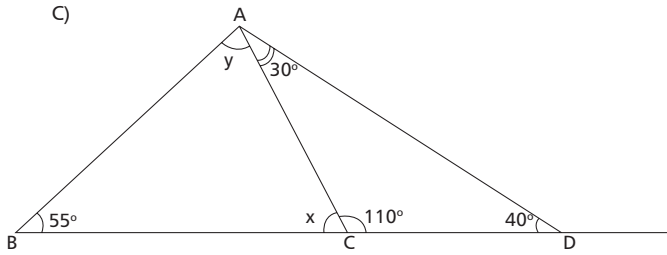
$$x = 30^{\circ} \text{ e } y = 45^{\circ}$$

B)



1ª)  $\triangle ABC$   
 $x + 35^{\circ} + 105^{\circ} = 180^{\circ}$   
 $x = 40^{\circ}$

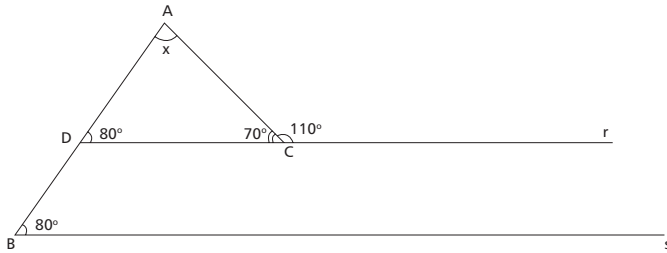
2ª)  $\triangle CDE$   
 $Z = 105^{\circ}$  e  $y + 105^{\circ} + 50^{\circ} = 180^{\circ}$   
 $y = 25^{\circ}$



$$1^{\circ} x + 100^{\circ} = 180^{\circ} \rightarrow x = 70^{\circ}$$

$$2^{\circ} y + 70^{\circ} + 55^{\circ} = 180^{\circ} \rightarrow y = 55^{\circ}$$

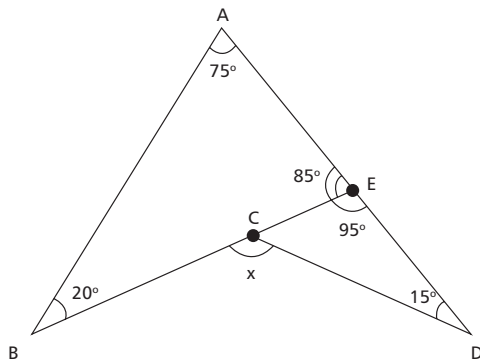
02 30°



1ª Prolongue a reta  $r$ , formando o triângulo  $ADC$  da figura acima. Nele,  $\widehat{ADC} = 80^{\circ}$ , pois são correspondentes.

$$\text{Então } x + 80^{\circ} + 70^{\circ} = 180^{\circ}, \text{ e portanto } x = 30^{\circ}$$

03



1ª) Prolongue o seguimento  $\overline{BC}$  e forme o triângulo  $ABE$  da figura. Nele,  $\widehat{BEA} = 85^{\circ}$  e  $\widehat{CED} = 95^{\circ}$ .

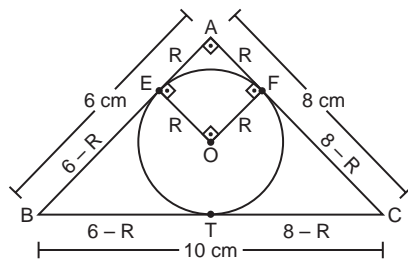
2ª)  $x = 95^{\circ} + 15^{\circ}$  (Ângulo externo do triângulo  $CDE$ ).

04 B

$$6 - R + 8 - R = 10$$

$$2R = 4$$

$$R = 2$$



05

O triângulo  $DCB$  é isósceles, logo podemos afirmar que :

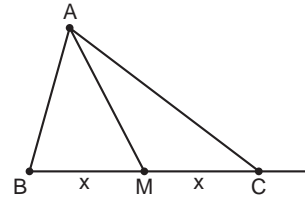
$$\widehat{CBD} = \widehat{BCD} = 45^{\circ}$$

$$\widehat{DEC} = 180^{\circ} - 75^{\circ} = 105^{\circ}$$

$$\widehat{ECB} = 180^{\circ} - 45^{\circ} - 75^{\circ} = 60^{\circ}$$

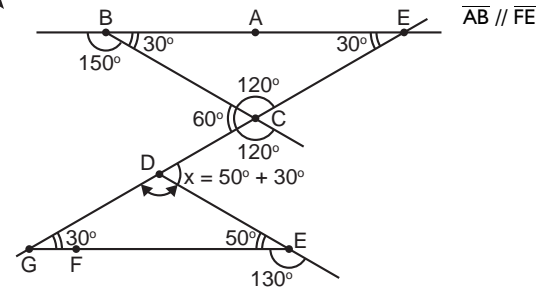
$$\widehat{ECD} = 90^{\circ} - 60^{\circ} = 30^{\circ}$$

06 A



Se considerarmos que o triângulo  $ABC$  é o terreno, traçando a mediana  $\overline{AM}$ , teremos dois triângulos com a mesma base e a mesma altura. Então os triângulos  $ABM$  e  $AMC$  terão a mesma área.

07 D

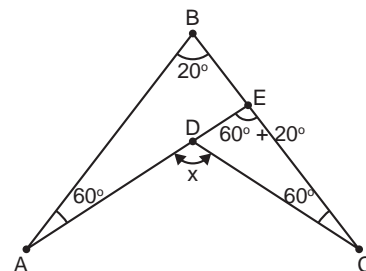


Prolongando a reta  $\overline{CD}$ , ela interceptará as retas  $\overline{AB}$  e  $\overline{FE}$ , respectivamente nos pontos  $E$  e  $G$ .

No triângulo  $BEC$ , temos que  $\widehat{E} = 30^{\circ}$ . Se  $\widehat{E} = \widehat{G} = 30^{\circ}$ , pois são aqueles alternos internos, então  $x = 50^{\circ} + 30^{\circ} = 80^{\circ}$ .

08 D

Prolongando  $\overline{AD}$ , obtemos os triângulos  $ABE$  e  $EDC$ , como mostra a figura ao lado. Então,  $\widehat{E} = 20^{\circ} + 60^{\circ} = 80^{\circ}$  e  $x = 60^{\circ} + 20^{\circ} + 60^{\circ} = 140^{\circ}$ .

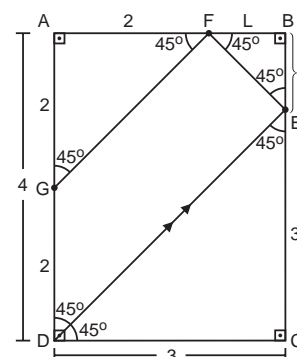


09 B

Suponha que as medidas da mesa sejam 3 unidades e 4 unidades e que a bola sai do canto  $D$  pela sua bissetriz. O triângulo  $DEC$  é isósceles, isto é,  $\overline{CD} = \overline{CE} = 3$  cm e  $\overline{BE} = 1$  pois  $\overline{BC} = 4$ .

Analogamente, o triângulo  $FBE$  é isósceles, então, sendo  $\overline{BF} = 1$ , temos que  $\overline{AF} = 2$ . Daí, como o triângulo  $FAG$  também é isósceles, podemos afirmar que a bola cairá no buraco do meio, localizado no ponto  $G$ , pois  $\overline{AF} = \overline{AG} = 2 = \overline{GD}$ .

Conclusão: cairá após tocar nas tabelas exatamente 2 vezes.



10 A

Considere cada palito a nossa unidade.  
Os lados de nossos triângulos medem  $x$ ,  $y$  e 6. Pelo teorema de desigualdade triangular:

$$|x - y| < 6 < x + y.$$

Se  $x + y + 6 = 17$ , então  $x + y = 11$ . Daí:

$$|x - y| < 6 < 11$$

Como  $x$  e  $y$  são números inteiros positivos, pois representam os números de palitos, temos as seguintes hipóteses:

1ª)  $x = 1 \rightarrow y = 10 \rightarrow |1 - 10| = 9$ .  
Tornando falsa a desigualdade  $|x - y| < 6 < 11$ .

2ª)  $x = 2 \rightarrow y = 9 \rightarrow |2 - 9| = 7$ .  
Não convém

3ª)  $x = 3 \rightarrow y = 8 \rightarrow |3 - 8| = 5$ .  
Satisfaz a desigualdade  $|x - y| < 6 < 11$ .

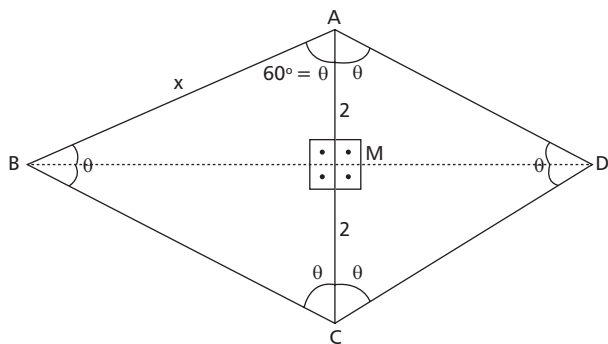
4ª)  $x = 4 \rightarrow y = 7 \rightarrow |4 - 7| = 3$ .  
Satisfaz

5ª)  $x = 5 \rightarrow y = 6 \rightarrow |5 - 6| = 1$ .  
Satisfaz

Portanto, o número de triângulos não congruentes dois a dois será igual a 3.

**BLOCO 03**

01 D



A diagonal  $\overline{AC}$  é a bissetriz. Logo, o triângulo ABC é equilátero e  $\theta = 60^\circ$ . Daí,

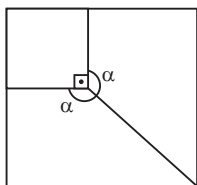
$$\cos 60^\circ = \frac{2}{x} \rightarrow \boxed{x = 4}$$

02 D

A distância percorrida é dada pela soma das dimensões da praça de alimentação, ou seja,  $16 + 12 = 28$  m.

03 C

$$2\alpha + 90^\circ = 360^\circ \rightarrow \alpha = 135^\circ$$



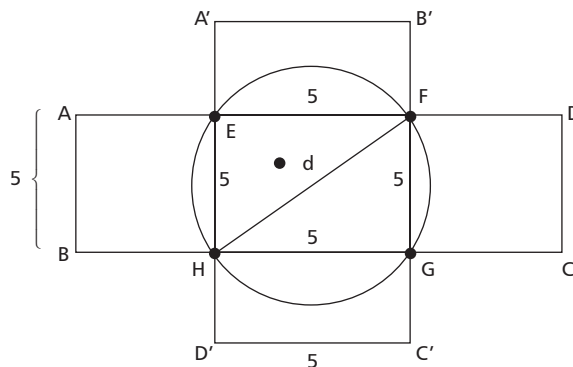
04 E

Se  $r$  o raio de cada circunferência da figura 1, temos que o perímetro do losango é  $4 \cdot 2r = 8r$ .

Na figura 2, temos 2 circunferências com raio  $r$  e outras 2 com raio  $2r$ , assim o perímetro do losango é  $4(2r + r) = 12r$ .

Logo, o aumento é de  $\frac{12r - 8r}{8r} = 0,5 = 50\%$

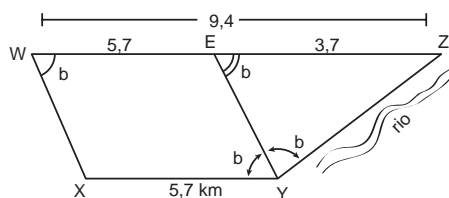
05 C



A maior circunferência será a circunscrita ao quadrado EFGH da figura acima. Sendo  $d$  o seu diâmetro, temos que:

$$d^2 = 5^2 + 5^2 \rightarrow \boxed{d = 5\sqrt{2}}$$

06 E



Na figura acima,  $\overline{EY} \parallel WX$ .

- (1)  $\widehat{XYE} = b$  (Ângulo oposto de um paralelogramo)
- (2)  $\overline{WE} = 5,7\text{km} - \overline{EZ} = 9,4 - 5,7 = 3,7\text{km}$
- (3)  $\widehat{ZEY} = b = \widehat{XYE}$  (alternos internos)
- (4) O triângulo EZY é isósceles. Portanto,  $\boxed{\overline{ZY} = 3,7}$

07 A

Sejam  $a, b, c$  e  $d$  as medidas dos ângulos internos do quadrilátero.

Temos que  $\frac{a}{5} = \frac{b}{8} = \frac{c}{10} = \frac{d}{40} = k$ , sendo  $k$  a constante de proporcionalidade.

Além disso, sabendo que a soma dos ângulos internos de um quadrilátero convexo é  $360^\circ$ , vem:

$$\begin{aligned} a + b + c + d = 360^\circ &\Leftrightarrow \frac{k}{5} + \frac{k}{8} + \frac{k}{10} + \frac{k}{40} = 360^\circ \\ &\Leftrightarrow 8k + 5k + 4k + k = 40 \cdot 360^\circ \\ &\Leftrightarrow k = \frac{40 \cdot 360^\circ}{18} = 800^\circ. \end{aligned}$$

Portanto,  $a = 160^\circ$ ,  $b = 100^\circ$ ,  $c = 80^\circ$  e  $d = 20^\circ$ .

08 E

Sejam  $c$  e  $h$ , respectivamente, o número de azulejos utilizados numa fileira horizontal e numa fileira vertical.

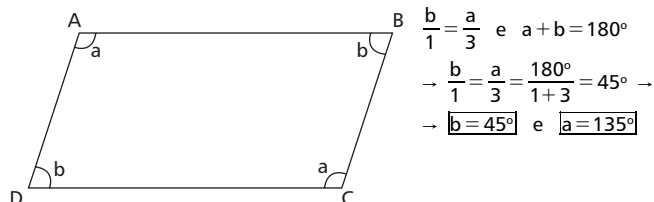
Do enunciado, temos que  $c = 2h$ . Além disso, o número de azulejos usados no contorno externo é tal que  $2 \cdot (c + h) - 4 = 68$ .

Logo, obtemos o sistema:

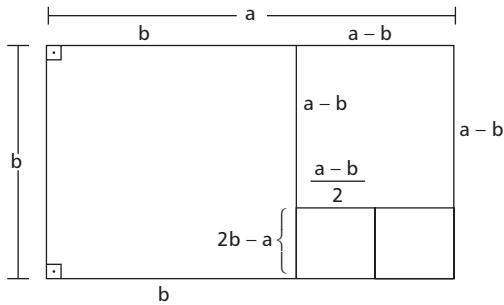
$$\begin{cases} c = 2h \\ 2 \cdot (c + h) - 4 = 68 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2h \\ c + h = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 24 \\ h = 12 \end{cases}$$

Portanto, o número de azulejos mais claros usados no interior da parede foi de  $(c - 2) \cdot (h - 2) = (24 - 2) \cdot (12 - 2) = 220$ .

09 A



10 A



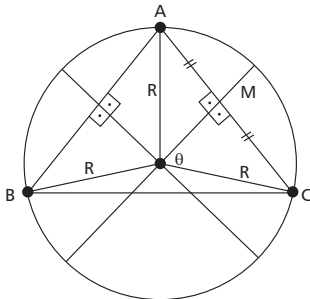
$$2 \cdot b - a = \frac{a - b}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow 4b - 2a = a - b \rightarrow$$

$$\rightarrow 5b = 3a \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{3}$$

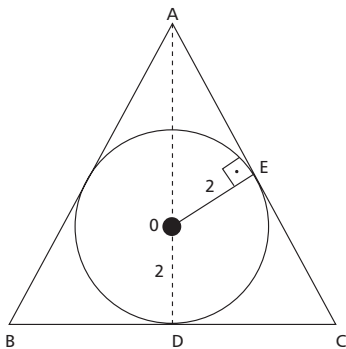
**BLOCO 04**

01 A



Centro da circunferência circunscrita ao triângulo ABC. Ponto de encontro das mediatrizes do triângulo ABC.

02 A



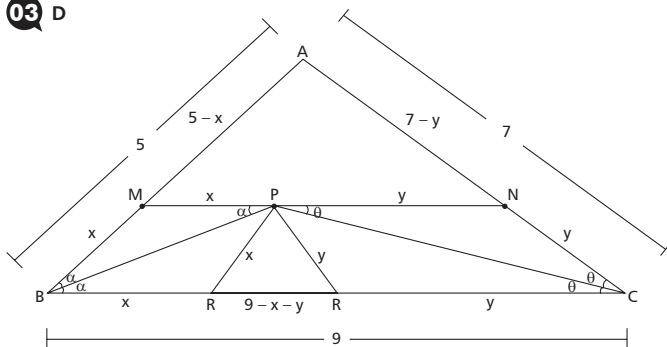
O ponto O é baricentro do triângulo ABC. Portanto,  $\overline{AO} = 2 \cdot \overline{OD} = 2 \times 2 = 4$ .

Aplicando o teorema de pitágoras, no triângulo AOE, temos que:

$$\overline{AO}^2 = 2^2 + \overline{AE}^2$$

$$16 - 4 = \overline{AE}^2 \rightarrow \overline{AE} = 2\sqrt{3}$$

03 D

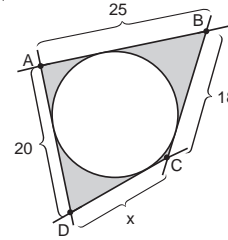


1º Os triângulos BMP e PNC são isósceles. Sabendo que  $\overline{BM} = \overline{MP} = x$  e  $\overline{NC} = \overline{PN} = y$ , temos que:  
Perímetro  $\Delta AMN = 5 - x + x + y + 7 - y = 12$

Perímetro  $\Delta PQR = x + 9 - x - y + y = 9$ .

Logo,  $\frac{\text{Perímetro } \Delta AMN}{\text{Perímetro } \Delta PQR} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

04 C



Pelo teorema de Pitot, temos:

$$x + 25 = 20 + 18 \rightarrow x = 13$$

05 A

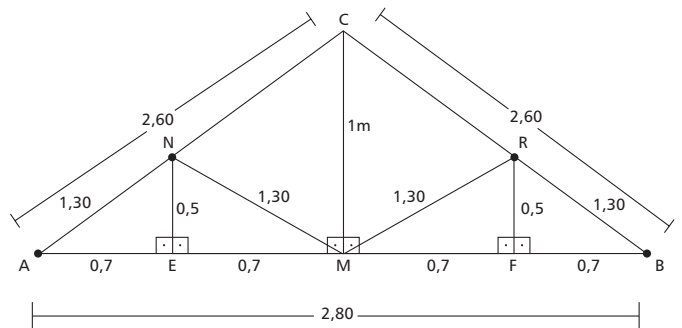
Marcando três pontos na circunferência, determinamos os vértices de um triângulo inscrito nesta. O centro da moeda é o circuncentro do triângulo obtido.

06 B

1ª Encomenda: valor  $V_1$   
 $V_1 = 8 \cdot ([0,25 \text{ m} \times 0,50 \text{ m}] \times 20 + 2 \cdot [0,25 + 0,50] \cdot 15)$   
 $V_1 = 8 \cdot (2,5 + 22,5)$   
 $V_1 = 8 \cdot (25) = 200$  reais

2ª Encomenda: valor  $V_2$   
 $V_2 = 8 \cdot ([0,50 \times 1] \times 20 + 2 \cdot [0,50 + 1] \cdot 15)$   
 $V_2 = 8 \cdot (10 + 45)$   
 $V_2 = 8 \cdot (55) = 440$

07 B



1º  $\overline{NE}$  é base média do triângulo AMC, isto é;

$$\overline{NE} = \frac{\overline{CM}}{2} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ m. Analogamente, } \overline{RF} = 0,5 \text{ m}$$

2º  $\overline{MN}$  é a mediana relativa à hipotenusa do triângulo AMC. Então,

$$\overline{MN} = \frac{\overline{AC}}{2} = \frac{2,60}{2} = 1,30 \text{ m. Analogamente,}$$

$$\overline{MR} = \frac{\overline{CB}}{2} = \frac{2,60}{2} = 1,30 \text{ m.}$$

3º Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo ANE obtemos:

$$(1,30)^2 = \overline{AE}^2 + (0,5)^2 \rightarrow \overline{AE} = 0,7$$

Logo,  $\overline{AB} = 4 \times (0,7) = 2,8 \text{ m.}$

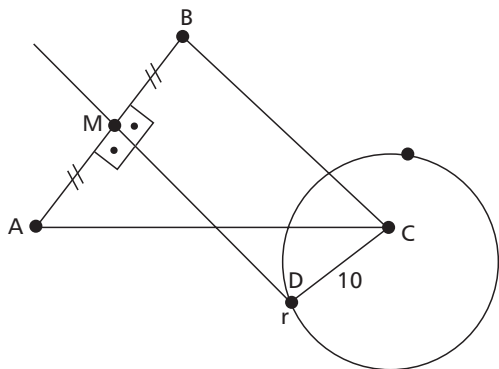
Portanto, para fazer uma tesoura, precisaremos de:

$$2 \times (2,60) + 2,80 + 2 \times (2,05) + 2 \times (1,30) + 1 = 12,60 \text{ m}$$

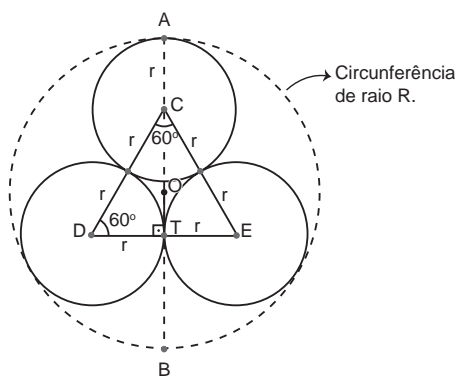
08 A

1ª) Escala =  $\frac{1}{100.000} = \frac{x}{10.000m} \rightarrow x = 0,1m = 10cm.$

2ª) D está na interseção da mediatriz do segmento  $\overline{AB}$  e a circunferência de centro C e raio 10 cm.



09 B



(1) O ponto O é centro da circunferência de raio R e baricentro do triângulo equilátero CDE.

(2) No triângulo CTD, retângulo em T.

$$\text{sen}60^\circ = \frac{CT}{2r} \rightarrow CT = \frac{2r\sqrt{3}}{2} = r\sqrt{3}.$$

(3) Pela propriedade do baricentro, temos que:

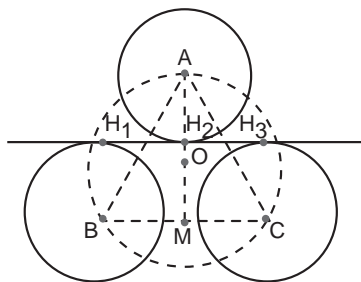
$$R = \overline{OC} + \overline{CA} = \frac{2}{3}\sqrt{3} \cdot r + r$$

$$\overline{OC} = \frac{2}{3} \cdot \overline{CT} = \frac{2}{3}r\sqrt{3} \text{ e, portanto,}$$

$$R = \frac{(2\sqrt{3} + 3)}{3} \cdot r$$

10 B

Na figura abaixo,  $H_1$ ,  $H_2$  e  $H_3$  são os pontos em que os círculos de centros A, B e C tangenciam a reta.



Seja O o centro do círculo circunscrito ao triângulo ABC.

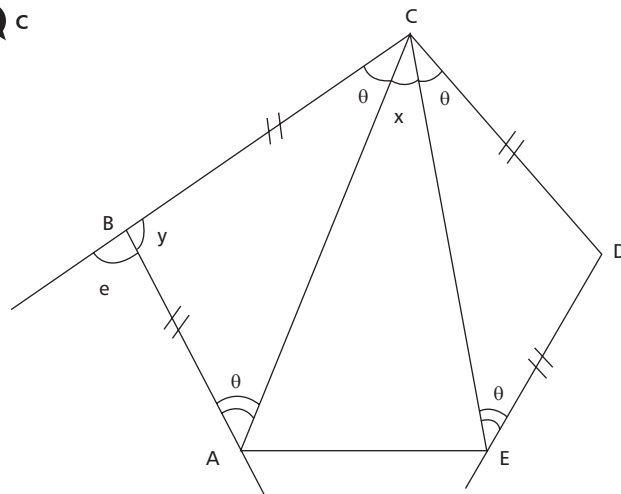
É fácil ver que  $\overline{BH_1} + \overline{AH_2} = 2 \cdot \overline{BH_1} = \overline{AM}$ , com M sendo o ponto médio do lado BC. Logo, pela propriedade da mediana, obtemos:

$$\overline{OA} = \frac{2}{3} \cdot \overline{AM} = \frac{4}{3} \cdot \overline{BH_1}, \text{ ou seja, o raio do círculo maior é igual a } \frac{4}{3}$$

do raio dos círculos menores.

BLOCO 05

01 C



1ª)  $\hat{e} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$

2ª)  $y + 72^\circ = 180^\circ \rightarrow y = 108^\circ$

3ª)  $\triangle ABC$  é isósceles.

$$180^\circ + 2 \cdot \theta = 180^\circ$$

$$2\theta = 72^\circ$$

$$\theta = 36^\circ$$

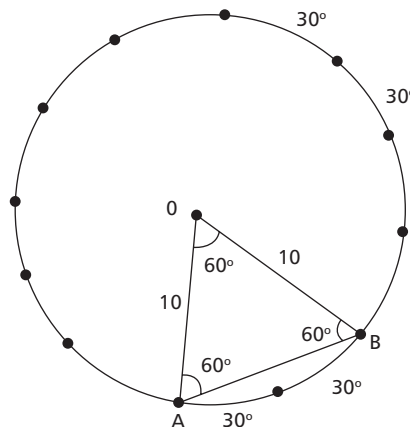
4ª)  $\theta + x + \theta = 108^\circ \rightarrow$

$$\rightarrow x + 72^\circ = 108 \rightarrow x = 36^\circ$$

02 A

1ª)  $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$

2ª)  $\overline{AB}$  é lado de um polígono regular cujo ângulo central mede  $60^\circ$ . Então, este polígono é o hexágono regular e a medida de  $\overline{AB}$  será igual a 10.



03

$$\hat{A}_c = \frac{360^\circ}{n} = 24^\circ \rightarrow \boxed{n = 15 \text{ lados}}$$

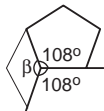
A) Ângulo interno:  $\hat{A}_i = 180^\circ - \hat{A}_e = 156^\circ$

B) Ângulo externo:  $\hat{A}_e = \frac{360^\circ}{n} = \hat{A}_c = 24^\circ$

C) Partindo de um só vértice, temos:  $(n - 3) = 15 - 3 = 12$  diagonais

D) Total de diagonais:  $d = \frac{15 \cdot (15 - 3)}{2} = 90$  diagonais.

- 04 C Considere  $\alpha$  e  $\beta$  as medidas dos ângulos agudo e obtuso, respectivamente, do losango.

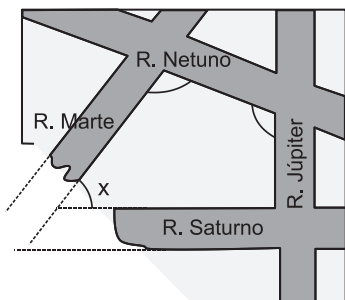


$$\beta + 2 \times 108^\circ = 360^\circ \quad \text{e} \quad \alpha + 3 \times 108^\circ = 360^\circ$$

$$\beta = 360^\circ - 216^\circ \quad \alpha = 360^\circ - 324^\circ$$

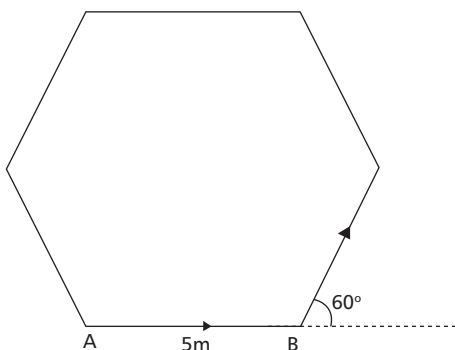
$$\beta = 144^\circ \quad \alpha = 36^\circ$$

- 05 B



No quadrilátero formado pelas ruas, temos:  
 $90^\circ + 110^\circ + 100^\circ + x = 360^\circ$   
 $x = 360^\circ - 300^\circ$   
 $x = 60^\circ$

- 06 E



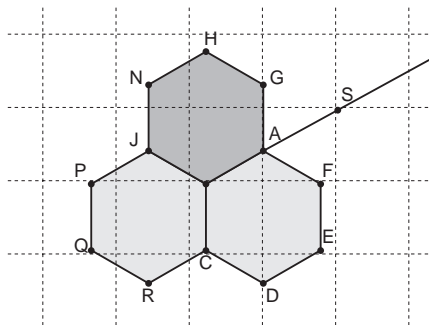
O trajeto do robô será um polígono regular de lado 5 m e ângulo externo  $60^\circ$ .  
 Como a medida do ângulo externo é igual a  $360^\circ/n$ , temos:  
 $360/n = 60^\circ$ , de onde conclui-se que o polígono possui 6 lados.

- 07 B

$$17 = \frac{n \cdot (n-3)}{2}; n \neq 0 \rightarrow n-3 = 2 \rightarrow n = 5$$

- 08 D

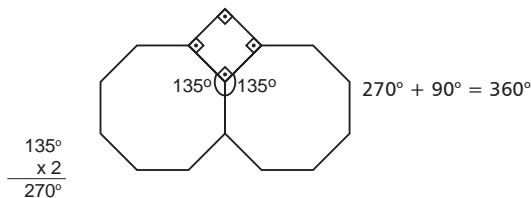
Seja B o centro do polígono formado por 3 hexágonos regulares. Se Cada ângulo interno do hexágono mede  $120^\circ$ , pois o externo é igual a  $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$ , então o polígono é invariante por rotações de  $120^\circ$  em torno de B.



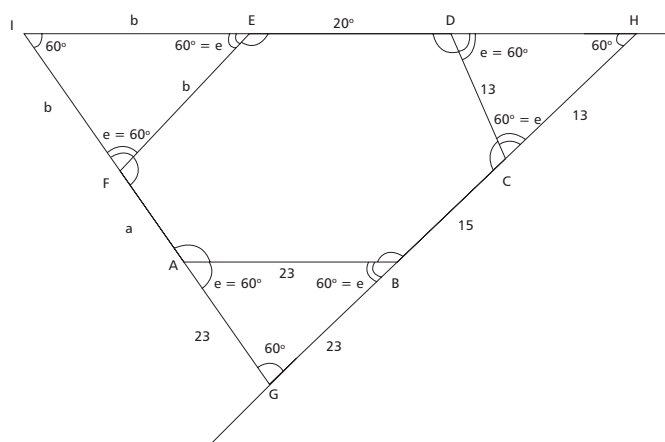
- 09 B

As combinações que interessam são aquelas cujos ângulos somam  $360^\circ$ , a saber:  
 1º caso: Usando 2 octógonos e 1 quadrado

$$\begin{array}{r} 360^\circ \\ -135^\circ \\ \hline 225^\circ \\ -180^\circ \\ \hline 45^\circ \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} 60^\circ \\ 3 \end{array} \right.$$



- 10 B



$$1^\circ) \hat{e} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

2º) Os triângulos da figura acima,  $\triangle DHC$ ,  $\triangle ABG$ ,  $\triangle IEF$  e  $\triangle IGH$  são equiláteros.

Então:

$$\overline{CH} = \overline{DH} = 13 \quad \text{e}$$

$$\overline{AB} = \overline{BG} = \overline{AG} = 23$$

Por conseguinte,  $\overline{HG} = 13 + 15 + 23$  é igual ao lado IG. Portanto,  
 $a + b + 23 = 51 \rightarrow a + b = 28$

O perímetro do hexágono é igual a:

$$20 + 13 + 15 + 23 + a + b = 71 + 28 = 99 \text{ dm} = 9,9 \text{ m.}$$

## BLOCO 06

- 01 C

Apenas os terrenos 3 e 4 possuem 180 m de comprimento. Calculando a área de cada um deles, temos:

$$A_3 = 60 \cdot 30 = 1800 \text{ m}^2$$

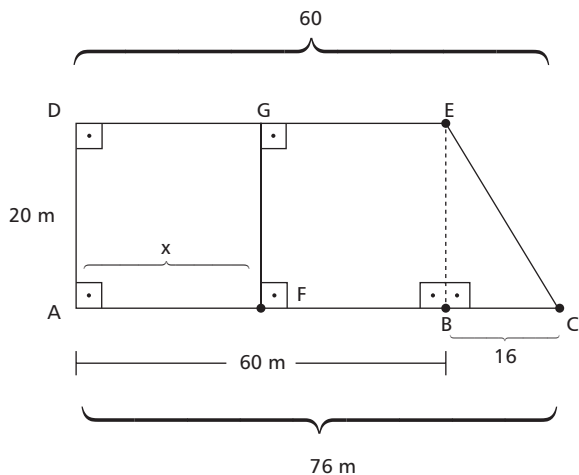
$$A_4 = 70 \cdot 20 = 1400 \text{ m}^2$$

Logo, o terreno com maior área que possui 180 m de perímetro é o terrenos de  $n^2 \cdot 3$

- 02 B

$$\begin{aligned} \text{Área (Ladrilhada)} &= 2 \cdot [12 \cdot 2] + 2 \cdot [6 \cdot 2] + 4 \cdot \left[ \frac{2 \cdot 2}{2} \right] \\ &= 48 + 24 + 8 \\ &= 80 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

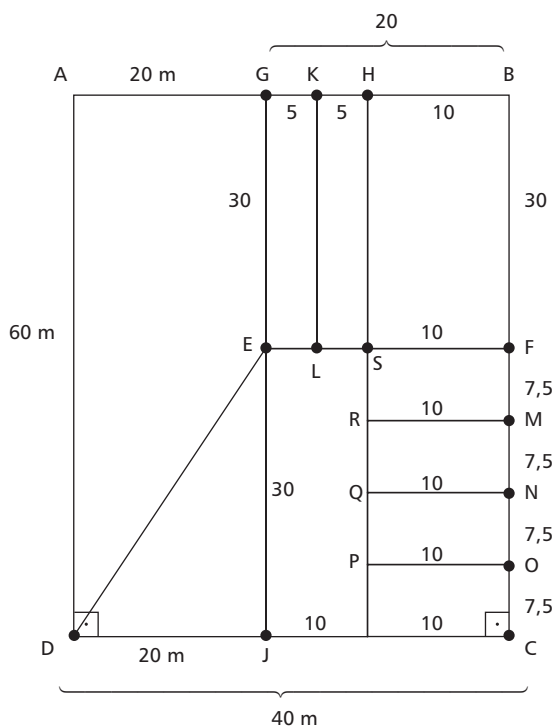
03 D



Seja  $x$  a distância pedida. Pelos dados do problema, a área do retângulo  $ADGF$  é igual à metade da área do terreno em forma de trapézio. Então:

$$20 \cdot x = \frac{(60 + 76) \cdot 20}{2} \rightarrow x = \frac{136}{4} = 34 \text{ m}$$

04 A



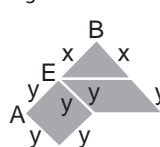
- 1) Área  $AGED = \frac{(60 + 30) \cdot 20}{2} = 900 \text{ m}^2$
- 2) Área  $GKLE = 30 \times 5 = 150 \text{ m}^2$
- 3) Área  $RNMQ = 10 \times 7,5 = 75 \text{ m}^2$
- 4) Área  $DJE = \frac{(20 \times 30)}{2} = 300 \text{ m}^2$
- 5) Área  $HBFS = 10 \times 30 = 300 \text{ m}^2$

05 A

De acordo com as informações, as dimensões da área de impressão são  $(12 - 2x)$ cm e  $(18 - 2x)$ cm. Assim, como a maior área de impressão em cada panfleto é  $187 \text{ cm}^2$ , vem  $(12 - 2x) \cdot (18 - 2x) = 187 \Leftrightarrow 4x^2 - 60x + 29 = 0$   
 $\Leftrightarrow x = \frac{60 \pm 56}{8}$   
 $\Rightarrow x = 0,5 \text{ cm}$ .

06 B

Figura 2



Na figura 2, se  $\overline{AE} = y$  e  $\overline{EB} = x$ , então  $x + y = 2$ . Note que o triângulo isósceles e o paralelogramo de lado  $y$  irão compor a figura 1 de tal sorte que a metade da diagonal do quadrado é igual a  $x + y$ .

$$\text{Então, } \frac{l\sqrt{2}}{2} = 2 \rightarrow l = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} \rightarrow l = 2\sqrt{2}$$

A área da casinha (fig. 3) é igual à área do quadrado (fig. 1), logo:  
 $A_{\text{Fig. 3}} = (2\sqrt{2})^2 = 8 \text{ cm}^2$

07 D

Área da figura I =  $\frac{(30 + 20) \cdot 2,5}{2} = 62,5 \text{ m}^2$  e seja  $v$  a velocidade da água.

$$1050 = v \cdot 62,5 \Leftrightarrow v = 16,8 \text{ m/s}$$

$$\text{Área da figura II} = \frac{(49 + 41) \cdot 2}{2} = 90 \text{ m}^2$$

$$\text{Nova vazão} = 90 \cdot 16,8 = 1.512 \text{ m}^3/\text{s}$$

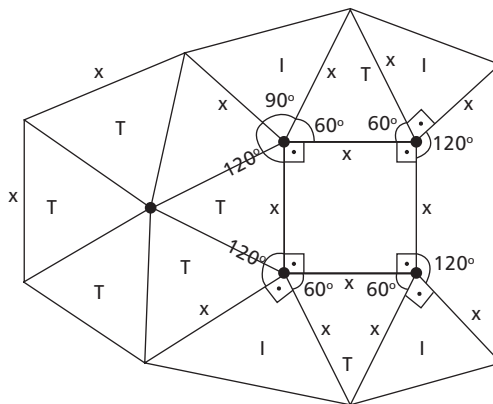
08 A

1ª) Os quatro triângulos são retângulos isósceles cujos catetos medem  $x$ . Veja a figura a seguir.

Se a área do quadrado é  $Q$ , note que dois triângulos retângulos isósceles de catetos  $x$  juntos têm área igual à do quadrado.

Então, a área do decágono será igual a:

$$A_{\text{Decág.}} = Q + 14 \cdot T + 2 \cdot Q = 14 \cdot T + 3Q$$



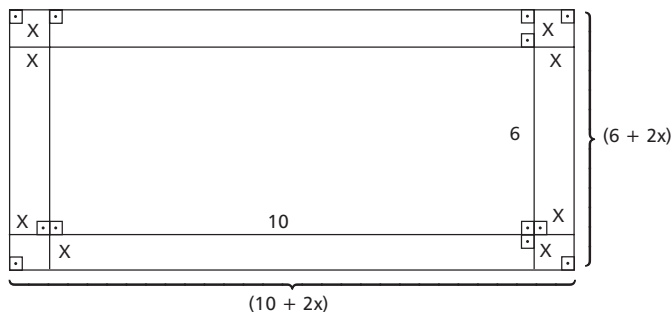
09 B

$$(10 + 2x) \cdot (6 + 2x) - 6 \times 10 = 36$$

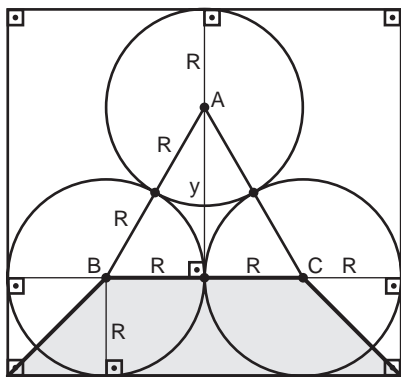
$$60 + 32x + 4x^2 - 6 = 36$$

$$x^2 + 8x - 9 = 0 \rightarrow x = -9 \text{ (Não convém)}$$

$$\boxed{x = 1}$$



10 B



$$1^\circ \text{ Área trapézio} = \frac{(4R + 2R) \cdot R}{2} = 3R^2$$

$$\text{Logo, } 3R^2 = 3 \rightarrow R = 1$$

2º Altura do triângulo equilátero do  $\triangle ABC$  é igual a:

$$y = \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{2R\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}$$

3º Altura do retângulo é igual a:

$$y + R + R = R\sqrt{3} + 2R = R \cdot (\sqrt{3} + 2)$$

Logo, a área do retângulo será igual a:

$$A = 4R \cdot (R(\sqrt{3} + 2)) = 4R^2 \cdot (\sqrt{3} + 2) = 4 \cdot (\sqrt{3} + 2)$$

$$A = 4\sqrt{3} + 8$$

### BLOCO 07

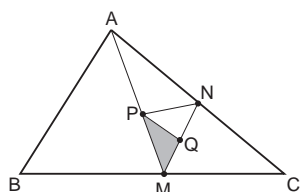
01 B

$$A_{\triangle AMC} = \frac{120}{2} = 60 \text{ m}^2$$

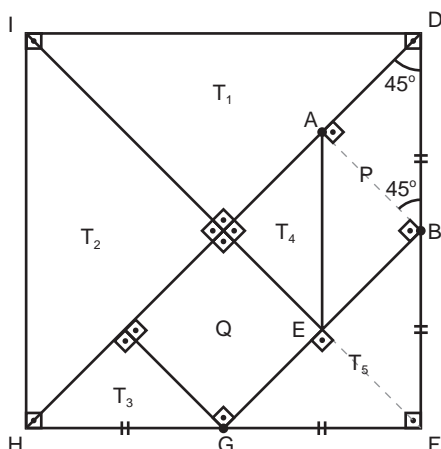
$$A_{\triangle MNA} = \frac{60}{2} = 30 \text{ m}^2$$

$$A_{\triangle MNP} = \frac{30}{2} = 15 \text{ m}^2$$

$$A_{\triangle PQM} = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ m}^2$$



02 E



1º Traçando a diagonal  $\overline{AB}$  do paralelogramo, obtemos um triângulo ABE cuja área é igual a de  $T_4$  e igual a metade da área de P.

2º Os triângulos  $T_3$ ,  $T_4$ ,  $\triangle ABE$ ,  $\triangle GEF$ ,  $\triangle EFB$  e  $\triangle ADB$  são congruentes e a soma das áreas de dois triângulos destas é igual à área do quadrado Q.

Então;

1º) Se a área de Q é 1, a área do triângulo HDF é igual a 4 e a área do quadrado maior é 8.

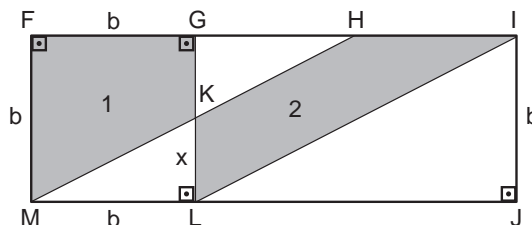
$$2^\circ) \text{ a área de } T_1 = \frac{\text{Área do Quadrado Maior}}{4} = \frac{16 \cdot T_3}{4} = 4 \cdot T_3$$

$$3^\circ) \text{ Área de } T_4 = \frac{\text{Área de } T_3}{2}$$

$$4^\circ) 4 \cdot \text{Área de } T_5 = \frac{\text{Área do Quadrado Maior}}{2} \rightarrow \text{Área de } T_5 = \frac{\text{Área do Quadrado Maior}}{8}$$

$$5^\circ) \text{ Área de P} = 2 \cdot \text{Área de } T_3 = \text{Área de Q}$$

03 D



$$A_{(\text{região 1})} = A_{\text{quadrado MFLG}} - A_{\text{triângulo MKL}} = b^2 - \frac{b \cdot x}{2}$$

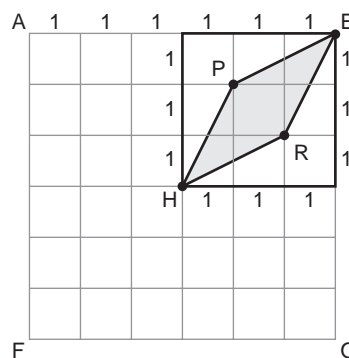
$$A_{(\text{região 2})} = A_{\text{paralelogramo MLH}} - A_{\text{triângulo MKL}} = b \cdot (b) - \frac{b \cdot x}{2} = b^2 - \frac{bx}{2}$$

$$\text{Então } A_{(\text{região 1})} = A_{(\text{região 2})}$$

Conclusão:

Se para pintar a região 1 Miguel gastou  $\frac{3}{7}$  da tinta, para pintar a região 2, gastaria também  $\frac{3}{7}$  da tinta e ainda sobriaria  $\frac{1}{7}$  de tinta.

04 A



Cálculos Auxiliares

$$1^\circ) \overline{HE}^2 = 3^2 + 3^2 \rightarrow \overline{HE} = 3\sqrt{2}$$

$$2^\circ) \overline{PR}^2 = 1^2 + 1^2 \rightarrow \overline{PR} = \sqrt{2}$$

$$A_{\text{Losango}} = \frac{\overline{HE} \cdot \overline{PR}}{2} = \frac{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 3$$

$$A_{\text{Escura}} = 16 \times 3 = 48$$

$$A_{\text{Clara}} = 12^2 - 48 = 144 - 48 = 96$$

$$\text{Logo, } \frac{A_{\text{Escura}}}{A_{\text{Clara}}} = \frac{48}{96} = \frac{1}{2}$$

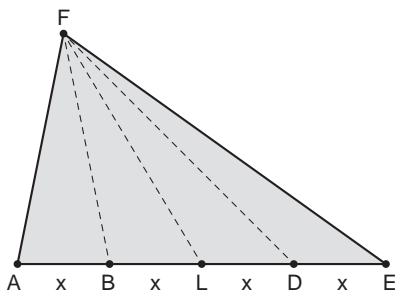
05 A

Como a peça tem a mesma espessura, a parte de cada um vai depender da área de base de cada pedaço.

1ª Parte: Seja A o valor da área do triângulo FAE.

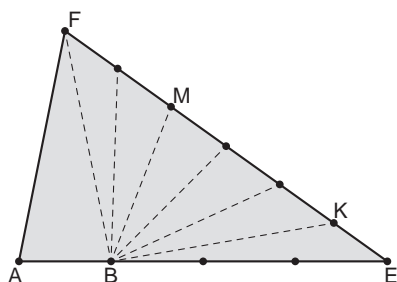
Partindo de F, dividimos o triângulo FAE em 4 triângulos equivalentes. Então:

$$\text{Área } \triangle BFE = \frac{3}{4} \cdot A$$



2ª Parte: Partindo de B em direção aos pontos que estão sobre o lado FE, o triângulo BFE será dividido em 6 triângulos equivalentes. Logo:

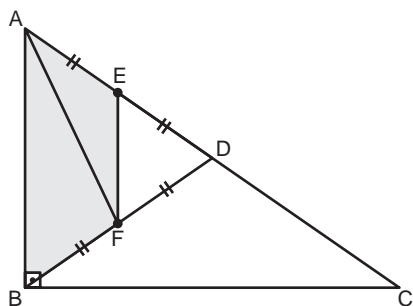
$$\text{Área } \triangle BMK = \frac{3}{6} \cdot \left(\frac{3}{4}\right) \cdot A = \frac{3}{8} \cdot A \quad \text{e} \quad \text{Área } \triangle BKE = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot A = \frac{1}{8} \cdot A$$



Portanto: André ficou com 50% da peça, pois Mônica e Paulo ficaram

$$\text{com: } \frac{3}{8}A + \frac{1}{8}A = \frac{1}{2} \cdot A = 50\% \cdot A$$

06 E



1ª) Se  $\overline{BD}$  é mediana do  $\triangle ABC$ , então a área do  $\triangle BDA$  é igual a:

$$A_{\triangle BDA} = \frac{S}{2}$$

2ª) Traçando a mediana  $\overline{AF}$  do triângulo ABD, obtemos dois triângulos equivalentes, isto é: Área  $\triangle ABF$  = Área  $\triangle AFD$ .

$$\text{Daí área } \triangle ABF = \frac{S}{2} = \frac{S}{4} = \text{Área } \triangle AFD.$$

3ª) Notando que  $\overline{FE}$  é mediana do triângulo AFD, podemos afirmar que: Área  $\triangle AFE = \frac{S}{4} = \frac{S}{8}$ . Finalmente, a área do trapézio

$$ABFE = \frac{S}{4} + \frac{S}{8} = \frac{3}{8} \cdot S.$$

$$ABFE = \frac{5}{4} + \frac{5}{8} = \frac{3}{8} \cdot S.$$

07 C

$$A_{\text{escura}} = A_I + A_{II} = \frac{8 \cdot 18}{2} = \frac{(18 + 12) \cdot 12}{2}$$

$$= 72 + 180 = 252 \text{ m}^2$$

08 A

1ª Parte: Cálculo da área de cada octógono.

$$1 \text{ cm}^2 \leftrightarrow 0,01 \text{ W}$$

$$x \leftrightarrow 50.400 \text{ W}$$

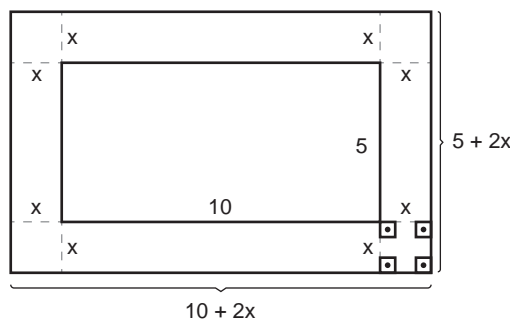
$$\frac{x}{100} = 50.400 \rightarrow x = 5.040.000 \text{ cm}^2$$

$$x = 504 \text{ m}^2. \text{ Então a área de 1 octógono será: } \frac{504}{9} = 56 \text{ m}^2$$

2ª Parte: Note que cada octógono é composto por 7 quadrados, então  $7 \cdot A_{\text{quad.}} = 56 \rightarrow A_{\text{quad.}} = 8 \text{ m}^2$

$$3^\circ \text{ Parte: Área procurada} = 81 \cdot 8 - 504 = 648 - 504 = 144 \text{ m}^2$$

09 E



$$A_{\text{madeira}} = (10 + 2x) \cdot (5 + 2x) - 5 \times 10$$

$$87,75 \text{ m}^2 = 50 + 30x + 4x^2 - 50$$

$$4x^2 + 30x - 87,75 = 0$$

$$16x^2 + 120x - 351 = 0$$

$$\Delta = 14.400 + 22.464 = 36.864 \rightarrow \sqrt{\Delta} = 192$$

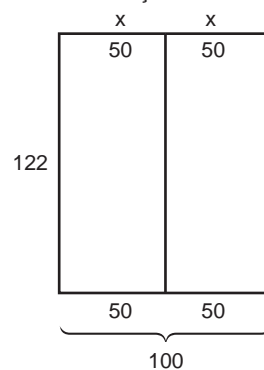
$$x = \frac{-120 + 192}{32} = 2,25 \text{ m}$$

ou

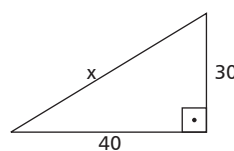
$$x = \frac{-120 - 192}{32} < 0 \text{ (Não Convém)}$$

10 D

Planificação do telhado



Cálculo Auxiliar



$$x^2 = 40^2 + 30^2$$

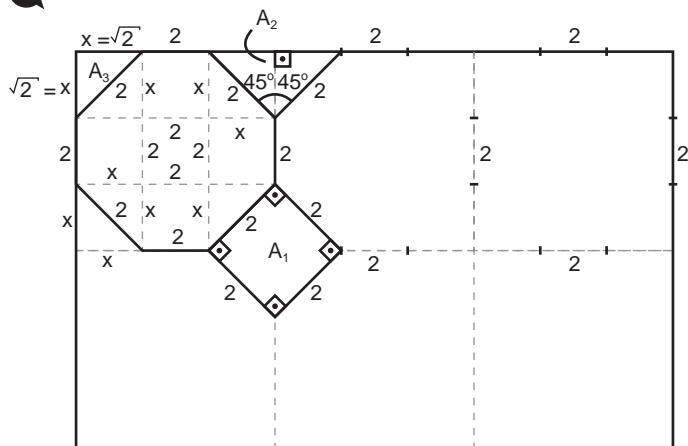
$$x = 50$$

$$A_{\text{total}} = 100 \times 122 \text{ cm}^2 = 12.200 \text{ cm}^2 = 1,22 \text{ m}^2.$$

# DE OLHO NA REVISÃO

01 C  
Sul 70° Leste (E) : S70°E

02 E

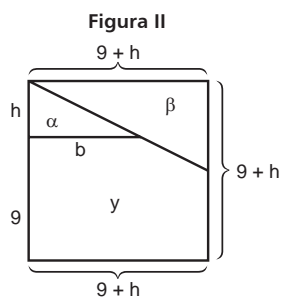
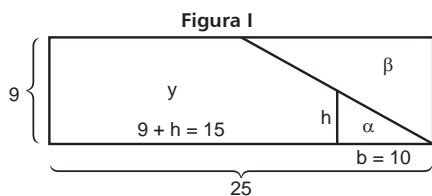


$$1^\circ) A_{\text{externo octógono}} = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ \text{ e } 2^2 = x^2 + x^2 \rightarrow 2x^2 = 4 \rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$2^\circ) A_1 = 2^2 = 4; A_2 = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2 \text{ e } A_3 = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 1$$

$$3^\circ) A_{\text{escura}} = 4 \cdot A_3 + 6 \cdot A_2 + 2 \cdot A_1 = 4 + 12 + 8 = 24$$

03



$$(9 + h)^2 = 25 \times 9 \rightarrow (9 + h) = 15 \rightarrow h = 6$$

$$\text{Então, a área da região } \alpha = \frac{10 \times 6}{2} = 30$$

04 A

Para determinar o centro da circunferência inscrita, devemos traçar as bissetrizes internas do triângulo.

05 B

Para determinar o centro da circunferência que passa por 3 pontos distintos B, G e E, devemos traçar as mediatrizes do triângulo BGE. O ponto de encontro delas será o centro da circunferência pedida.

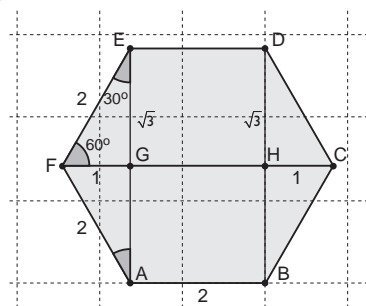
06 C

$$\overline{EF} = \frac{6 + 10}{2} = 8 \text{ m (base média do trapézio ABJI)}$$

$$\overline{IJ} = \frac{\overline{EF} + \overline{NO}}{2} \text{ (base média do trapézio EDCF)} \rightarrow$$

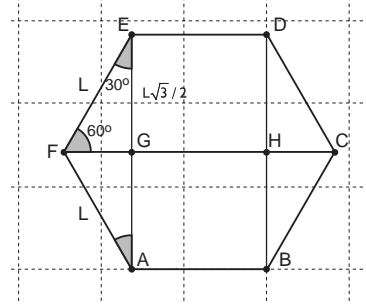
$$10 = \frac{8 + \overline{NO}}{2} \rightarrow \overline{NO} = 12$$

07 A



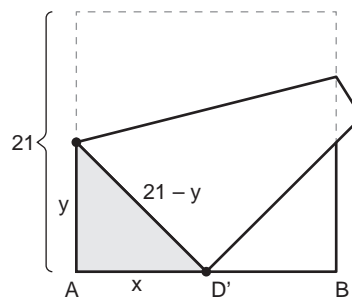
$$EA = y = 2\sqrt{3} \text{ e } x = GC = 3.$$

08 A



O arco de circunferência está centrado no ponto G da figura acima. Então o seu raio  $R = \frac{L\sqrt{3}}{2}$ .

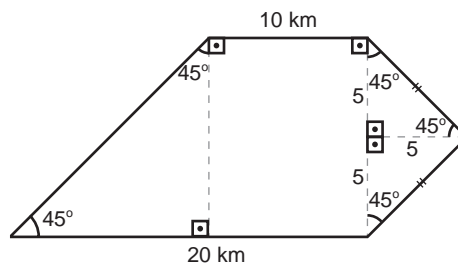
09 C



$$1^\circ) (21 - y)^2 = y^2 + x^2 \rightarrow 441 - 42y + y^2 = y^2 + x^2 \rightarrow 42y = 441 - x^2 \rightarrow y = \frac{441 - x^2}{42}$$

$$\text{Logo, } A_{\text{Escura}} = \frac{x \cdot \left(\frac{441 - x^2}{42}\right)}{2} = \frac{-x^3 + 441 \cdot x}{84}$$

10 D



$$A_{\text{terreno}} = \frac{(20 + 10) \cdot 10}{2} + \frac{10 \cdot 5}{2} = 150 + 25 = 175$$

# Resoluções de Exercícios

## MATEMÁTICA IV

Capítulo  
**01**

Conhecimentos Algébricos  
Funções e Equações Trigonométricas  
- Parte 1

### EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

#### BLOCO 01

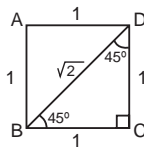
**01**  $\overline{BD}^2 = 1^2 + 1^2 \rightarrow \overline{BD} = \sqrt{2}$

$$\text{sen } 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

e

$$\text{cos } 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{tg } 45^\circ = \frac{1}{1} = 1$$



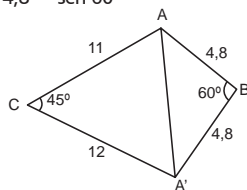
**02**  $A_{ABAC} = A_{\triangle ACA'} + A_{\triangle ABA'}$

$$= \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 11 \cdot \text{sen } 45^\circ + \frac{1}{2} \cdot 4,8 \cdot 4,8 \cdot \text{sen } 60^\circ$$

$$= 66 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 2,4 \cdot 4,8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 33\sqrt{2} + 5,76\sqrt{3}$$

$$\cong 56 \text{ cm}^2.$$



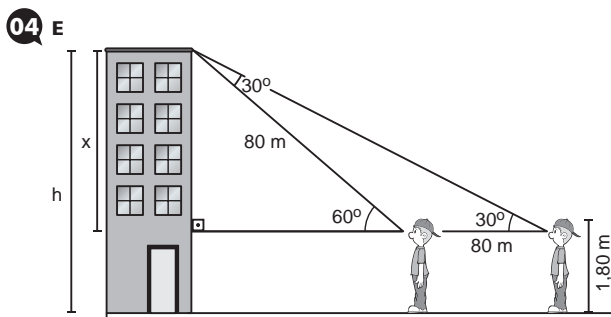
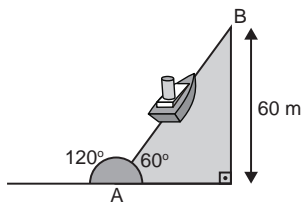
**03** B

$$\text{sen } 60^\circ = \frac{60}{AB}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{60}{AB}$$

$$AB = \frac{120}{\sqrt{3}}$$

$$AB = 40\sqrt{3} \text{ m}$$

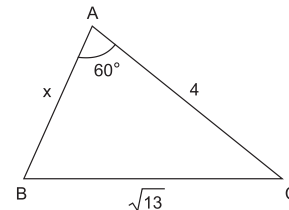


$$\text{sen } 60^\circ \cdot \frac{x}{80} \cdot x \cdot 80 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 40 \cdot 1,73 = 69,2 \text{ m}$$

$$h \cdot 69,2 \cdot 1,8 \cdot 71 \text{ m}$$

#### BLOCO 02

**01**



Aplicando o teorema dos cossenos no triângulo ABC, temos:

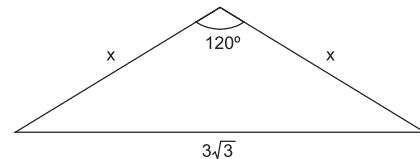
$$\sqrt{13}^2 = 4^2 + x^2 - 2 \cdot 4 \cdot x \cdot \text{cos } 60^\circ$$

$$13 = 16 + x^2 - 8x \cdot \frac{1}{2}$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

Resolvendo a equação do segundo grau, temos  $x = 1$  ou  $x = 3$ .  
**Resposta:** 1 cm ou 3 cm.

**02** A



Aplicando o teorema dos cossenos, temos:

$$(3\sqrt{3})^2 = x^2 + x^2 - 2 \cdot x \cdot x \cdot \text{cos } 120^\circ$$

$$27 = 2x^2 - 2x^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$27 = 3x^2$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$

Logo, a medida dos lados congruentes desse triângulo, em centímetros, é 3 cm.

**03** C

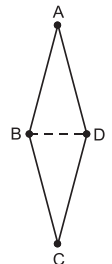
Considere a figura. Como  $\overline{AB} = \overline{AD} = 4$  u.c. e  $\widehat{BAD} = 30^\circ$ , pela Lei dos Cossenos, obtemos

$$\overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AD} \cdot \text{cos } \widehat{BAD}$$

$$= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 2 \cdot 16 - 16\sqrt{3}.$$

Portanto,  
 $\overline{BD} = 4\sqrt{2} - \sqrt{3}$  u.c.



#### BLOCO 03

**01** A)  $\pi \text{ rad} = 180^\circ$

B)  $\frac{\pi}{4} \text{ rad} = \frac{180^\circ}{4} = 45^\circ$

C)  $\frac{3\pi}{4} = 3 \times 45^\circ = 135^\circ$

D)  $\frac{7\pi}{3} = 7 \times \frac{180^\circ}{3} = 420^\circ$

E)  $\frac{5\pi}{6} = 5 \times \frac{180^\circ}{6} = 150^\circ$

F) Regra de três:

$$\frac{\pi \text{ rad}}{1 \text{ rad}} \rightarrow \frac{180^\circ}{x} \rightarrow x = \frac{180}{\pi} \cong (57,3)^\circ$$

02 A)  $120^\circ = 2 \times 60^\circ = 2 \cdot \frac{\pi}{3}$  rad.

B)  $225^\circ = 5 \times 45^\circ = 5 \cdot \frac{\pi}{4}$  rad.

C)  $100^\circ = \frac{5}{9} \pi$  rad.

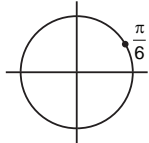
Regra de Três

$$\frac{\pi \text{ rad}}{y} \xrightarrow{180^\circ} \xrightarrow{100^\circ} y = \frac{10\pi}{18} = \frac{5}{9} \pi \text{ rad}$$

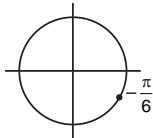
D)  $270^\circ = 3 \times 90^\circ = \frac{3 \cdot \pi}{2}$  rad

E)  $360^\circ = 2\pi$  rad

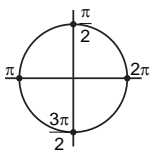
03 A)  $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$



B)  $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$



C)  $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$



D)  $(-1) \cdot k \cdot \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$k = 0 \Rightarrow D = (-1) \cdot 0 \cdot \frac{\pi}{3} + 0 \cdot \pi \Rightarrow D = 0$

$k = 1 \Rightarrow (-1) \cdot (1) \cdot \frac{\pi}{3} + 1 \cdot \pi \Rightarrow \frac{-\pi}{3} + \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{3} = 120^\circ$

$k = 2 \Rightarrow (-1) \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{3} + 2\pi \Rightarrow \frac{-2\pi}{3} + 2\pi = \frac{4\pi}{3} = 240^\circ$

$k = 3 \Rightarrow (-1) \cdot 3 \cdot \frac{\pi}{3} + 3\pi \Rightarrow -\pi + 3\pi = 2\pi = 360^\circ$

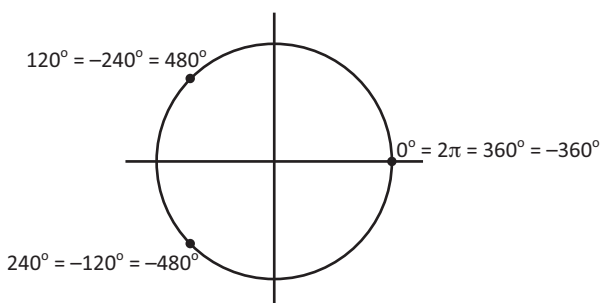
$k = 4 \Rightarrow (-1) \cdot 4 \cdot \frac{\pi}{3} + 4\pi \Rightarrow \frac{-4\pi}{3} + 4\pi = \frac{8\pi}{3} = 480^\circ$

$k = -1 \Rightarrow (-1) \cdot (-1) \cdot \frac{\pi}{3} + (-1) \cdot \pi = \frac{\pi}{3} - \pi = \frac{-2\pi}{3} = -120^\circ$

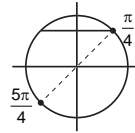
$k = -2 \Rightarrow (-1) \cdot (-2) \cdot \frac{\pi}{3} + (-2) \cdot \pi = \frac{2\pi}{3} - 2\pi = \frac{-4\pi}{3} = -240^\circ$

$k = -3 \Rightarrow (-1) \cdot (-3) \cdot \frac{\pi}{3} + (-3) \cdot \pi = \pi - 3\pi = -2\pi = -360^\circ$

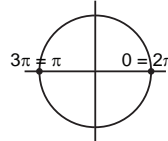
$k = -4 \Rightarrow (-1) \cdot (-4) \cdot \frac{\pi}{3} + (-4) \cdot \pi = \frac{4\pi}{3} - 4\pi = \frac{-8\pi}{3} = -480^\circ$



E)  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$



F)  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$



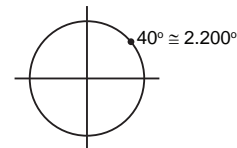
04 D

Observe que:  $\frac{29\pi}{7} - \frac{\pi}{7} = \frac{28\pi}{7} = 4\pi = 2 \cdot (2\pi)$ .

Logo  $\frac{29\pi}{7}$  e  $\frac{\pi}{7}$  são congruos módulo  $2\pi$ .

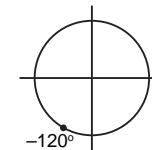
05 A) 1ª Quadrante:

$$\begin{array}{r} 2.200^\circ \quad | \quad 360^\circ \\ - 2.160^\circ \quad | \quad 6 \\ \hline 0040^\circ \end{array}$$



B) 3ª Quadrante:

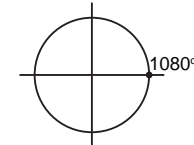
$$\begin{array}{r} 1.200^\circ \quad | \quad 360^\circ \\ - 1.080^\circ \quad | \quad 3 \\ \hline 120^\circ \end{array}$$



Logo,  $-1.200^\circ = -3 \times 360^\circ - 120^\circ$

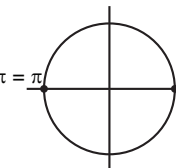
C) Sobre a origem.

$$\begin{array}{r} 1.080^\circ \quad | \quad 360^\circ \\ - 1.080^\circ \quad | \quad 3 \\ \hline 0^\circ \end{array}$$



D) Sobre a extremidade de  $\pi$ .

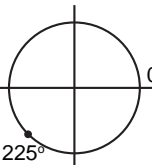
$3.789\pi = 5\pi = 3\pi = \pi \quad 0 = 2\pi = 4\pi = 6\pi$



E) Sobre a extremidade de  $2\pi$ .

F) 3ª Quadrante.

$$\begin{array}{r} 945^\circ \quad | \quad 360^\circ \\ - 720^\circ \quad | \quad 2 \\ \hline 225^\circ \end{array}$$



### BLOCO 04

01 A

$P_{\min} = 0,8 \cdot (-1) + 2,7 = 2,7 - 0,8 = 1,90$

$P_{\max} = 0,8 \cdot (1) + 2,7 = 3,50$

**02 c**Domínio de validade:  $1 \leq t \leq 365$ ;  $t \in \mathbb{Z}$ 

$$1^{\text{a}} \text{ parte: } 3,10 = 0,8 \cdot \text{sen} \left[ \frac{2\pi}{360} \cdot (t - 101) \right] + 2,7$$

$$\text{sen} \left[ \frac{\pi}{180} \cdot (t - 101) \right] = \frac{1}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\pi}{180} \cdot (t - 101) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ ou } \frac{\pi}{180} \cdot (t - 101) = \frac{5\pi}{6} + 2k$$

2ª parte:

$$\rightarrow \frac{t - 101}{180} = \frac{1}{6} + 2k \quad \text{ou} \quad \frac{t - 101}{180} = \frac{5}{6} + 2k$$

$$\rightarrow t - 101 = 30 + 360k \quad t - 101 = 150 + 360k$$

$$\rightarrow t = 131 + 360k$$

$$t = 251 + 360k$$

$$\text{Daí: } k = 0 \rightarrow t = 131 \text{ dias}$$

$$k = 0 \rightarrow t = 251 \text{ dias}$$

$$k = 1 \rightarrow t = 491 \text{ dias (não convém)}$$

**BLOCO 05****01 B**

$$\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\pi}{10} \cdot \cos\left(\frac{4\pi}{3} \cdot \frac{3}{2}\right)$$

$$\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\pi}{10} \cdot \cos(2\pi)$$

$$\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\pi}{10} \cdot 1$$

$$\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{\pi}{10}$$

**02 D**

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

$$-1 \leq \frac{2a-1}{5} \leq 1 \rightarrow -5 \leq 2a-1 \leq 5 \rightarrow -4 \leq 2a \leq 6 \rightarrow -2 \leq a \leq 3$$

**03 B**

r assume o valor máximo quando  $1 + 0,15 \cdot \cos(0,06t)$  for número mínimo, isto é, quando  $\cos(0,06t) = -1$ . Daí:

$$\text{No apogeu, } r = \frac{5865}{1-0,15} = \frac{5865}{0,85} = 6900 \text{ Km;}$$

$$\text{No perigeu, } r = \frac{5865}{1+0,15} = \frac{5865}{1,15} = 5100 \text{ Km.}$$

$$\text{Então, } S = 6900 + 5100 = 12.000 \text{ Km}$$

**EXERCITANDO HABILIDADES****BLOCO 01****01 A**

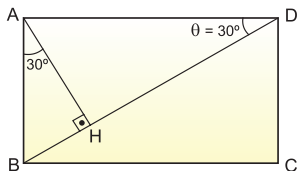
$$A = \sqrt{p \cdot (p-a)(p-b) \cdot (p-c)}, \text{ onde}$$

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{8+12+16}{2} = 18$$

$$A = \sqrt{18 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 2}$$

$$A = \sqrt{2 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{15}$$

$$A = 12\sqrt{15}$$

**02 A**

$$\text{no AHD} \Rightarrow \text{sen } 30^\circ = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{AD} \Rightarrow AD = 10 \cdot \sqrt{3}$$

$$\text{no AHB} \Rightarrow \text{cos } 30^\circ = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{AB} \Rightarrow AB = 10$$

Portanto a área do retângulo ABCD será dada por:

$$A = 10 \cdot \sqrt{3} \cdot 10 = 100\sqrt{3}$$

**BLOCO 02****01 A**

$$1) \text{ Tensão do pico} = 5 \text{ volts}$$

$$2) \text{ Período} = 0,25 \text{ seg} = \frac{1}{4} \text{ seg.}$$

$$3) \text{ Frequência} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4 \text{ Hz}$$

**02 E**

$$y = A \cdot \text{sen}(k \cdot t)$$

$$1^{\text{a}}) \text{ Período} = \frac{2\pi}{|k|} = \frac{1}{4} \rightarrow k = 8\pi$$

2ª) Se  $\text{sen}(k \cdot t) = 1$ , teremos a amplitude (tensão) máxima  $y = 5$

Então:

$$5 = A \cdot 1 \rightarrow A = 5$$

$$\text{Logo, } y = 5 \cdot \text{sen}(8\pi \cdot t)$$

**BLOCO 03****01**

$$x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Amplitude  $\left\{ \begin{array}{l} \text{Fase Inicial (âng. de fase)} \\ \text{Frequência ou pulsação} \end{array} \right.$

$$x = 2 \cdot \cos\left(4\pi \cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{A) Período} = \frac{2\pi}{4\pi} = 0,5$$

$$\text{B) } A = 2$$

$$\text{C) Pulsação} = \frac{4\pi \text{ rad}}{\text{segundo}}$$

$$\text{D) } \varphi_0 = \frac{\pi}{2} \text{ rad.}$$

**02 A**

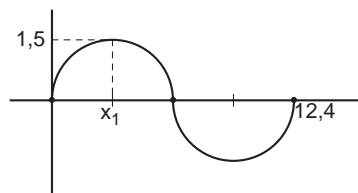
$$y = f(t) = a \cdot \text{sen}(b \cdot t)$$

1ª) O período da função é 12,4 horas, então:

$$\frac{2\pi}{|b|} = 12,4 \rightarrow |b| = \frac{\pi}{6,2} \rightarrow b = \pm \frac{\pi}{6,2} \rightarrow$$

$$\rightarrow b = \pm \frac{\pi}{62} \rightarrow b = \pm \frac{5\pi}{31}$$

2ª) De acordo com o gráfico, dividindo o período por 4, temos o valor de  $x_1$ .



$$x_1 = \frac{12,4}{4} = 3,1 \text{ h}$$

$$\text{Então, } f(3,1) = 1,5 \rightarrow$$

$$a \cdot \text{sen}(3,1 \cdot b) = 1,5. \text{ Daí:}$$

$$\text{Se } b = \frac{5\pi}{31} \rightarrow a \cdot \text{sen}\left(3,1 \cdot \frac{5\pi}{31}\right) = 1,5 \rightarrow$$

$$\rightarrow a \cdot \text{sen}\left(\frac{5\pi}{10}\right) = 1,5 \rightarrow a \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1,5 \rightarrow a = 1,5$$

$$\text{e se } b = \frac{-5\pi}{31} \rightarrow a = -1,5.$$

Em ambos os casos, teremos:

$$f(t) = 1,5 \cdot \text{sen}\left(\frac{5\pi}{31} \cdot t\right), \text{ portanto, } b \text{ pode ser igual a } \frac{5\pi}{31}.$$

# TAREFA DE CASA

## BLOCO 01

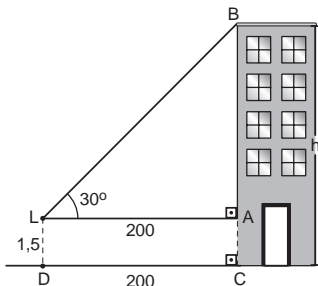
- 01 A)  $\text{sen } 30^\circ = \frac{10}{a} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{10}{a} \rightarrow a = 20$   
 $\text{cos } 30^\circ = \frac{c}{a} = \frac{c}{20} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{c}{20} \rightarrow c = 10\sqrt{3}$   
 B)  $\text{sen } 60^\circ = \frac{12\sqrt{3}}{a} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{12\sqrt{3}}{a} \rightarrow a = 24$   
 $\text{tg } 60^\circ = \frac{12\sqrt{3}}{b} \rightarrow \sqrt{3} = \frac{12\sqrt{3}}{b} \rightarrow b = 12$   
 C)  $\text{sen } 45^\circ = \frac{30}{a} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{30}{a} \rightarrow a = \frac{60}{\sqrt{2}} = \frac{60\sqrt{2}}{2}$   
 $\rightarrow a = 30\sqrt{2}$

02 Seja  $\ell$  a medida do lado,  
 $\text{sen } 45^\circ = \frac{\ell}{6\sqrt{2}} \rightarrow \ell = 6\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \ell = 6 \text{ cm}$

03  $\text{sen } 65^\circ = \frac{x}{9} \rightarrow x = 9 \cdot 0,91 \rightarrow x = 8,19$   
 $\text{cos } 65^\circ = \frac{y}{9} \rightarrow y = 9 \cdot 0,42 \rightarrow y = 3,78$

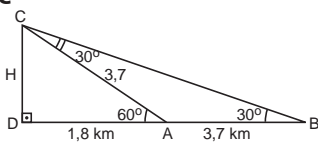
04  $\text{sen } 40^\circ = \frac{x}{7} \rightarrow x = 7 \cdot 0,64 = 4,48$   
 $\text{cos } 40^\circ = \frac{y}{7} \rightarrow y = 7 \cdot 0,77 = 5,39$

05 c



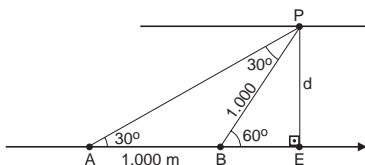
1ª)  $\text{tg } 30^\circ = \frac{AB}{200} \rightarrow AB = 200 \cdot 0,577 \rightarrow AB = 115,4$   
 2ª)  $h = 115,4 + 1,5 \rightarrow h = 116,9 \cong 117 \text{ m}$

06 c



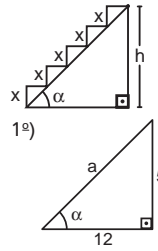
1ª)  $\triangle ABC$  é isósceles:  $\rightarrow AC = 3,7$   
 2ª)  $\text{sen } 60^\circ = \frac{H}{3,7} \rightarrow H = \frac{3,7 \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3,7 \cdot 1,7}{2}$   
 $\rightarrow H = 3,14 \rightarrow H = 3,1 \text{ km}$

07 B



$\overline{PE} = d$ , é a mesma distância.  
 $\triangle BEP$   
 $\text{Sen } 60^\circ = \frac{d}{1000} \rightarrow d = 1000 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 500\sqrt{3} \text{ m.}$

08 B

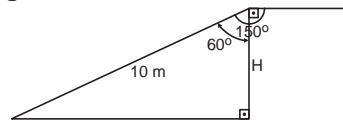


1ª)  $a^2 = 25 + 144 = 169 \rightarrow a = 13$   
 $\text{sen } \alpha = \frac{5}{13}$

2ª)  $\text{Sen } \alpha = \frac{h}{3,25} \rightarrow h = 3,25 \cdot \text{sen } \alpha$   
 $\rightarrow h = (3,25) \cdot \left(\frac{5}{13}\right) = 1,25$

3ª) Se  $x$  é a altura de um degrau, temos que:  $5 \cdot x = 1,25 \rightarrow x = 0,25 \text{ m}$

09 c



$\text{cos } 60^\circ = \frac{H}{10} \rightarrow$

$H = 10 \cdot \frac{1}{2} \rightarrow H = 5 \text{ m}$

10 A

$\text{sen } \alpha = \frac{R}{R+h}$

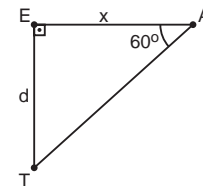
$R \text{ sen } \alpha + h \cdot \text{sen } \alpha = R$   
 $h \text{ sen } \alpha = R - R \text{ sen } \alpha$   
 $R \cdot (1 - \text{sen } \alpha) = h \cdot \text{sen } \alpha$   
 $R = \frac{h \cdot \text{sen } \alpha}{(1 - \text{sen } \alpha)}$

## BLOCO 02

01 D

1ª)  $x = 104,03 \text{ km} - 103,50 \text{ km}$   
 $x = 0,53 \text{ km}$

2ª)  $\text{tg } 60^\circ = \frac{d}{x}$   
 $\sqrt{3} = \frac{d}{0,53 \text{ km}}$   
 $d = 1,73 \times 0,53$   
 $d = 0,9169 \text{ km}$   
 $d = 916,9 \text{ m}$



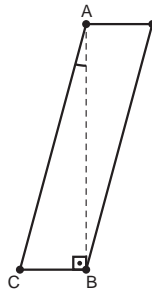
02 Considere a vista lateral de uma das torres Puerta de Europa.



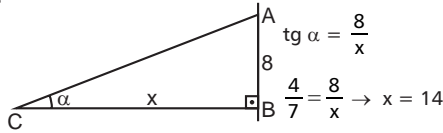
Do triângulo ABC, obtemos

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \widehat{BAC} &= \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \operatorname{tg} 15^\circ = \frac{\overline{BC}}{114} \\ &\Rightarrow \overline{BC} \cong 114 \cdot 0,26 \\ &\Leftrightarrow \overline{BC} \cong 29,64 \text{ m.} \end{aligned}$$

Portanto, como a base é um quadrado, segue-se que sua área é aproximadamente igual a  $\overline{BC}^2 = (29,64)^2 \cong 878,53 \text{ m}^2$ .

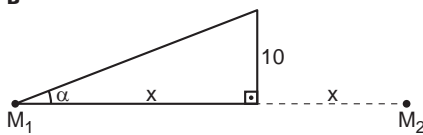


03 C



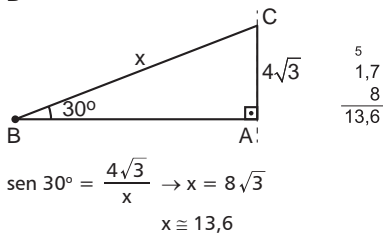
Logo, a ponte tem comprimento  $2x = 28 \text{ m}$ .

04 B



$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{10}{x} \rightarrow \frac{4}{7} = \frac{10}{x} \rightarrow x = \frac{70}{4} \rightarrow \\ &\rightarrow 2x = \frac{70}{2} \rightarrow 2x = 35 \text{ m} \end{aligned}$$

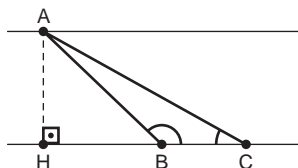
05 D



$$\begin{aligned} \operatorname{sen} 30^\circ &= \frac{4\sqrt{3}}{x} \rightarrow x = 8\sqrt{3} \\ &x \cong 13,6 \end{aligned}$$

06 B

Considere a figura, em que é o pé da perpendicular baixada de sobre a reta  $\overline{BC}$ .



Como  $\widehat{ABC} = 135^\circ$ , segue que  $\widehat{ABH} = 180^\circ - \widehat{ABC} = 45^\circ$  e, portanto, o triângulo ABH é retângulo isósceles. Logo,  $\overline{AH} = \overline{HB}$ .

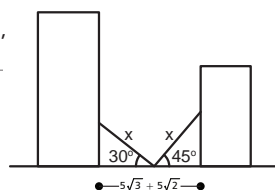
Do triângulo AHC, obtemos

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \widehat{ACB} &= \frac{\overline{AH}}{\overline{HB} + \overline{BC}} \Leftrightarrow \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\overline{AH}}{\overline{AH} + 20} \\ &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\overline{AH}}{\overline{AH} + 20} \\ &\Leftrightarrow \overline{AH} = \frac{20\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} \\ &\Leftrightarrow \overline{AH} = 10(\sqrt{3} + 1) \\ &\Rightarrow \overline{AH} \cong 27 \text{ m.} \end{aligned}$$

07 D

Considerando x a altura da escada, temos:

$$\begin{aligned} x \cdot \cos 30^\circ + x \cdot \cos 45^\circ &= 5\sqrt{3} + 5\sqrt{2} \\ x \cdot \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) &= 5(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \\ x &= 10 \text{ m} \end{aligned}$$



08 D

Tem-se que

$$\begin{aligned} \cos 10^\circ &= \frac{d - 102}{100} \Rightarrow 0,98 \cong \frac{d - 102}{100} \\ &\Rightarrow d \cong 200 \text{ m.} \end{aligned}$$

Daí,

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 7^\circ &= \frac{h}{d} \Rightarrow h \cong 0,12 \cdot 200 \\ &\Rightarrow h \cong 24 \text{ m.} \end{aligned}$$

Portanto, como  $24 > 16$  segue-se que a altura da ponte é suficiente para que o navio passe sob ela.

09 B

Supondo que A, B e C pertencem a um mesmo plano horizontal, temos

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= 8 \cdot 30 = 240 \text{ cm,} \\ \overline{BC} &= 6 \cdot 30 = 180 \text{ cm} \end{aligned}$$

e

$$\overline{CD} = (8 + 6) \cdot 20 = 280 \text{ cm.}$$

Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo retângulo ABC, encontramos

$$\begin{aligned} \overline{AC}^2 &= \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 240^2 + 180^2 \\ &\Rightarrow \overline{AC} = 300 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Portanto, do triângulo retângulo ACD, vem

$$\operatorname{tg} \widehat{CAD} = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} = \frac{280}{300} = \frac{14}{15}$$

10 E

Para o semáforo de coluna simples, temos

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 20^\circ &= \frac{H + 1 - 1,25}{D + 1,5} \Rightarrow D + 1,5 \cong \frac{2,4 - 0,25}{0,36} \\ &\Rightarrow D \cong 5,97 - 1,5 \\ &\Rightarrow D \cong 4,5 \text{ m.} \end{aligned}$$

Por outro lado, considerando o semáforo projetado sobre a via, vem

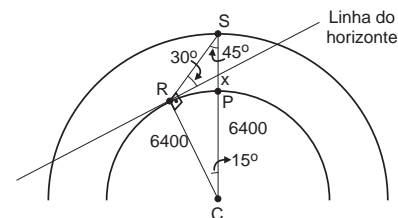
$$\begin{aligned} \operatorname{tg} 20^\circ &= \frac{H + 1 - 1,25}{D + 1,5} \Rightarrow 0,36 \cong \frac{H - 0,25}{13,1 + 1,5} \\ &\Rightarrow H - 0,25 \cong 5,26 \\ &\Rightarrow H \cong 5,5 \text{ m.} \end{aligned}$$

### BLOCO 03

01 E

$$\begin{aligned} \sqrt{6} &= 2,4 \\ \frac{40}{\operatorname{sen} 45^\circ} &= \frac{20 + x}{\operatorname{sen} 120^\circ} \rightarrow \frac{40}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{20 + x}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \\ &\rightarrow \frac{40\sqrt{2}}{2} = \frac{20 + x}{\sqrt{3}} \rightarrow 20 + x = 20\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \rightarrow \\ &\rightarrow 20 + x = 20\sqrt{6} \rightarrow x = 20\sqrt{6} - 20 \rightarrow \\ &\rightarrow x = 20(\sqrt{6} - 1) = 20(2,4 - 1) = 20(1,4) \\ &x \cong 28 \text{ m} \end{aligned}$$

02 A

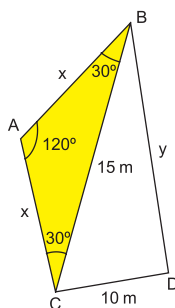


$$\begin{aligned} \frac{6400 + x}{\operatorname{sen}(120^\circ)} &= \frac{6400}{\operatorname{sen} 45^\circ} \rightarrow \frac{6400 + x}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{6400}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \rightarrow \\ &\rightarrow \frac{6400 + x}{1,7} = \frac{6400}{1,4} \rightarrow 6400 + x = \frac{1,7}{1,4} \cdot 6400 \rightarrow \\ &x = 1.371,42 \text{ km} \end{aligned}$$

03 D

No triângulo ABC assinalado, utilizando a lei dos senos, temos que:

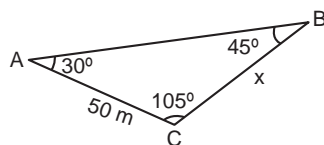
$$\frac{x}{\sin 30^\circ} = \frac{15}{\sin 120^\circ} \rightarrow \frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{15}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \rightarrow x = 5\sqrt{3}$$



04 B

1ª parte: leis dos senos no triângulo BCA

$$\frac{x}{\sin 30^\circ} = \frac{50}{\sin 45^\circ} \rightarrow \frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{50}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \rightarrow x = \frac{50\sqrt{2}}{2} \rightarrow x = 25\sqrt{2}$$



2ª parte: cálculo de h. No triângulo CBD temos:

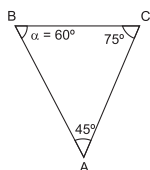
$$\sin 30^\circ = \frac{h}{x} = \frac{h}{25\sqrt{2}} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{25\sqrt{2}} \rightarrow h = 12,5\sqrt{2} \text{ m}$$

05 B

Pela Lei dos Senos, segue que:

$$\frac{\overline{AB}}{\sin 60^\circ} = 2R \Leftrightarrow 2R = \frac{80}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Leftrightarrow R = \frac{80}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{80\sqrt{3}}{3} \text{ m.}$$

06 B



$$\alpha = 180^\circ - 75^\circ - 45^\circ = 60^\circ$$

Aplicando o teorema dos senos, temos:

$$\frac{\overline{AC}}{\sin 60^\circ} = \frac{8}{\sin 45^\circ} \rightarrow \overline{AC} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \overline{AC} = 4\sqrt{6}$$

07 C

Como cada um dos triângulos laterais que formam o hexágono são triângulos isósceles, pode-se deduzir que, se seu maior ângulo é 120°, então os dois menores ângulos serão iguais a 30°.

Considerando x como sendo a base do triângulo isósceles, pela lei dos senos tem-se:

$$\frac{x}{\sin 120^\circ} = \frac{4}{\sin 30^\circ} \rightarrow \frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4}{\frac{1}{2}} \rightarrow \frac{x}{\sqrt{3}} = 8 \rightarrow x = 8\sqrt{3}$$

Assim, a área total do hexágono será igual a soma das áreas dos dois triângulos isósceles e do retângulo, ou seja:

$$S_{\text{total}} = 2 \cdot S_{\text{triângulo}} + S_{\text{retângulo}} \rightarrow S_{\text{total}} = 2 \cdot \frac{4 \cdot 4\sqrt{3} \cdot \sin 30^\circ}{2} + 9 \cdot 4\sqrt{3} = \frac{16\sqrt{3}}{2} + 36\sqrt{3} \rightarrow S_{\text{total}} = 44\sqrt{3} \rightarrow S_{\text{total}} \approx 74,8 \text{ cm}^2$$

08 C

Pela Lei dos Senos, temos

$$\frac{x}{\sin X} = \frac{y}{\sin Y} = \frac{z}{\sin Z} = 2R. \text{ Portanto, segue que}$$

$$\begin{aligned} \sin X \cdot \sin Y \cdot \sin Z &= \frac{x}{2R} \cdot \frac{y}{2R} \cdot \frac{z}{2R} \Leftrightarrow \frac{k \cdot x \cdot y \cdot z}{R^3} = \frac{x \cdot y \cdot z}{8R^3} \\ &\Leftrightarrow k = \frac{1}{8} \\ &\Leftrightarrow k = 0,125. \end{aligned}$$

09 E

Seja  $\ell$  o lado do quadrado.

Como AEFB é um quadrado, segue que o triângulo ABC é retângulo. Logo,  $\hat{A}BC = 60^\circ$ . Além disso, sabemos que BD é bissetriz de  $\hat{A}BC$  e, portanto,  $\hat{A}BD \equiv \hat{C}BD = 30^\circ$ . Daí, segue que  $\hat{B}DC = 120^\circ$ .

Aplicando a Lei dos Senos no triângulo BCD, obtemos

$$\frac{\overline{BC}}{\sin \hat{B}DC} = \frac{\overline{CD}}{\sin \hat{C}BD} \Leftrightarrow \frac{\overline{BC}}{\sin 120^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{\sin 30^\circ} \Leftrightarrow \overline{BC} = 6 \text{ cm.}$$

Assim, no triângulo ABC, temos que

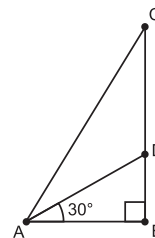
$$\cos \hat{A}BC = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow \overline{AB} = 6 \cdot \cos 60^\circ = 3 \text{ cm.}$$

Por conseguinte, do triângulo BGF vem

$$\text{tg} \hat{A}BD = \frac{\overline{GF}}{\overline{BG}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\ell}{3 - \ell} \Leftrightarrow \ell = \frac{3(\sqrt{3} - 1)}{2} \text{ cm.}$$

10 A

Considere a figura, na qual  $\overline{AB} = 6$ ,  $\overline{AC} = 10$  e  $\overline{BC} = 8$ .



Do triângulo retângulo ABD, obtemos

$$\begin{aligned} \text{tg} \hat{B}AD &= \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \overline{BD} = \overline{AB} \cdot \text{tg} 30^\circ \\ &\Leftrightarrow \overline{BD} = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \\ &\Leftrightarrow \overline{BD} = 2\sqrt{3}. \end{aligned}$$

Além disso, pelo Teorema do Ângulo Externo, segue que

$$\begin{aligned} \hat{A}DC &= \hat{D}AB + \hat{A}BD \\ &= 30^\circ + 90^\circ \\ &= 120^\circ. \end{aligned}$$

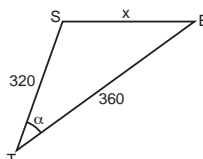
Portanto, pela Lei dos Senos, vem

$$\begin{aligned} \frac{\overline{CD}}{\sin \hat{D}AC} &= \frac{\overline{AC}}{\sin \hat{A}DC} \Leftrightarrow \frac{8 - 2\sqrt{3}}{\sin \alpha} = \frac{10}{\sin 120^\circ} \\ &\Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{4 - \sqrt{3}}{5} \cdot \sin 60^\circ \\ &\Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{4 - \sqrt{3}}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &\Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{4\sqrt{3} - 3}{10}. \end{aligned}$$

## BLOCO 04

01 E

Seja x a distância, em km, entre o Epicentro e Sendai, temos a figura:



Pelo teorema dos cossenos, vem:

$$\begin{aligned} x^2 &= 360^2 + 320^2 - 2 \cdot 360 \cdot 320 \cdot \cos \alpha \\ x^2 &= 129\,600 + 102\,400 - 2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 10 \cdot 2^5 \cdot 10 \cdot 0,934 \\ x^2 &= 232\,000 - 2^8 \cdot 3^2 \cdot 93,4 \\ x^2 &= 232\,000 - 215\,100 \\ x^2 &= 16\,900 \therefore x = 130 \end{aligned}$$

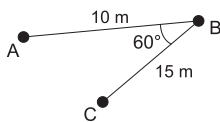
Do enunciado, temos que a primeira onda atingiu Sendai após

13 min =  $\frac{13}{60}$  h. Assim, a velocidade média v, em km/h, é dada por:

$$v = \frac{130 \text{ km}}{\frac{13}{60} \text{ h}} = 600 \text{ km/h}$$

02 B

Colocando graficamente as informações dadas no enunciado:



Aplicando-se a Lei dos Cossenos, tem-se que a distância "a" entre os pontos A e C será:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$$

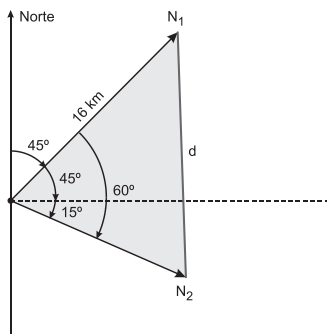
$$a^2 = 10^2 + 15^2 - 2 \cdot 10 \cdot 15 \cdot \cos 60^\circ$$

$$a^2 = 325 - 300 \cdot 0,5 \rightarrow a^2 = 175$$

$$a = \sqrt{175} = 5\sqrt{7} \text{ m}$$

03 B

Depois de uma hora de viagem o navio 1 ( $N_1$ ) terá percorrido 16 km e o navio 2 ( $N_2$ ) terá percorrido 6 km. Temos, então, a seguinte figura:



Seendo d a distância entre os navios, temos:

$$d^2 = 16^2 + 6^2 - 2 \cdot 16 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ$$

$$d^2 = 256 + 36 - 192 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$d^2 = 196$$

$$d = 14 \text{ km}$$

04 B

Sejam S, P, G e C, respectivamente, os pontos que representam as cidades de Sorocaba, São Paulo, Guaratinguetá e Campinas. Sabendo que  $\widehat{SPC} = 60^\circ$  e  $\widehat{CPG} = 90^\circ$ , vem  $\widehat{SPG} = 150^\circ$ . Logo, aplicando a Lei dos Cossenos no triângulo SPG, encontramos

$$\begin{aligned} \overline{SG}^2 &= \overline{SP}^2 + \overline{PG}^2 - 2 \cdot \overline{SP} \cdot \overline{PG} \cdot \cos \widehat{SPG} \\ &= 80^2 + 160^2 - 2 \cdot 80 \cdot 160 \cdot \cos 150^\circ \\ &= 6400 + 25600 - 2 \cdot 12800 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ &= 6400 \cdot (5 + 2 \cdot \sqrt{3}) \end{aligned}$$

Portanto,  $\overline{SG} = 80 \cdot \sqrt{5 + 2 \cdot \sqrt{3}} \text{ km}$ .

05 D

Pela Lei dos Cossenos, obtemos:

$$\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 - 2 \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AB} \cdot \cos \widehat{BAC}$$

$$= (0,8)^2 + 1^2 - 2 \cdot 0,8 \cdot 1 \cdot \cos 150^\circ$$

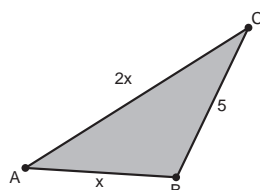
$$= 0,64 + 1 - 2 \cdot 0,8 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\cong 1,64 + 0,8 \cdot 1,7$$

$$\cong 3.$$

Logo,  $\overline{BC} \cong 1,7$  e, portanto, o resultado é  $1 + 0,8 + 1,7 = 3,5$ .

06 C



$$5^2 = (2x)^2 + x^2 - 2 \cdot (2x) \cdot (x) \cdot \cos 60^\circ$$

$$25 = 5x^2 - 2x^2 = 3x^2$$

$$x = \frac{5}{\sqrt{3}} \rightarrow \overline{AC} = 2 \cdot \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

07 C

Aplicando a lei dos cossenos.

$$x^2 = 40^2 + 48^2 - 2(40)(48) \cdot \cos 53^\circ$$

$$= 1600 + 2304 - 2(40)(48)(0,6)$$

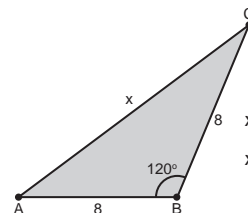
$$= 1600 + 2304 - 2304$$

$$x^2 = 1600$$

$$x = 40 \text{ cm}$$

Logo, o Perímetro é igual a:  $40 + 53 + 62 = 155 \text{ cm}$ .

08 A



$$x^2 = 8^2 + 8^2 - 2 \cdot 8 \cdot 8 \cdot \cos 120^\circ = 3 \cdot (64)$$

$$x = 8 \cdot \sqrt{3}$$

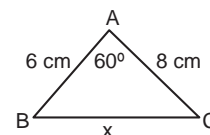
09 A)

$$x^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ$$

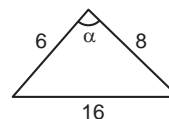
$$x^2 = 100 - 96 \cdot \frac{1}{2}$$

$$x = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \text{ cm}$$

$$x \cong 21,2 \text{ cm}$$



B)



Suponha que o triângulo exista.

Então,

$$16^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos \alpha \rightarrow$$

$$\rightarrow \cos \alpha = \frac{-156}{96}. \text{ Absurdo, pois } -1 \leq \cos \alpha \leq 1.$$

Portanto, o triângulo não existe, ele não conseguirá fazer.

10 A)

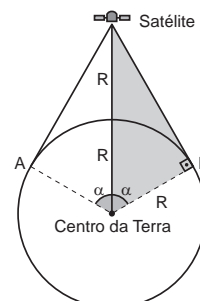
No triângulo assinalado:

R é a medida do raio da Terra.

$$\cos \alpha = \frac{R}{R+R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

Portanto, o arco AB mede  $120^\circ$  e seu comprimento será dado por:

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot R}{3} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6400}{3} = \frac{12.800\pi}{3} \text{ km.}$$



B) Aplicando o teorema dos cossenos no triângulo assinalado, temos:

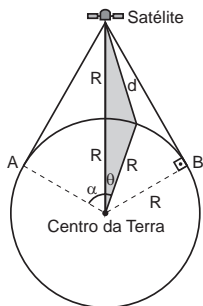
$$d^2 = R^2 + (2R)^2 - 2 \cdot R \cdot 2R \cdot \cos \theta$$

$$d^2 = 5R^2 - 4R^2 \cdot (3/4)$$

$$d = \sqrt{2} \cdot R^2$$

$$d = R\sqrt{2}$$

$$d = 6.400 \cdot \sqrt{2} \text{ km}$$



### BLOCO 05

01 B

Medida do arco em rad:  $\frac{5\pi}{6}$  rad.

$$\frac{5\pi}{6} \text{ rad} = 150^\circ.$$

02 D

Sentido anti-horário:  $\frac{5}{6} \cdot (2\pi) = \frac{5\pi}{3}$  rad ou  $300^\circ$ . A roda foi dividida em 18 arcos congruentes, cujas medidas são iguais a  $20^\circ$ . Logo, partindo de A, teremos que percorrer 15 arcos de  $20^\circ$ . Portanto a cadeira ocupada por Bruna neste momento será a de letra P.

03 D

$$\begin{aligned} 15^\circ &\leftrightarrow 1\text{h} & \frac{15}{75} &= \frac{1\text{h}}{x} \rightarrow x = 5\text{h} \\ 75^\circ &\leftrightarrow x \end{aligned}$$

Se em Brasília são 12:00h, então em Luzaka a hora marcada será igual a 12:00h + 5h = 17h.

04 E

1ª Parte: Comprimento  $\ell$  do arco que corresponde a 1 rad.

$$\begin{aligned} 2\pi \text{ rad} &\leftrightarrow 2\pi \cdot 1\text{cm} & \frac{2\pi}{1} &= \frac{2\pi \text{ cm}}{\ell} \rightarrow \ell = 1\text{cm} \\ 1\text{ rad} &\leftrightarrow \ell \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^\circ \text{ Parte: Perímetro} &= (2\pi \cdot 1 - 1) \text{ cm} + 2 \text{ cm} \\ &= (2\pi + 1) \text{ cm}. \end{aligned}$$

05 A

O arco percorrido pelo automóvel corresponde a um ângulo central cuja medida é

$$\begin{aligned} 21^\circ 20' - 1^\circ 20' &= 20^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \text{ rad} \\ &= \frac{\pi}{9} \text{ rad}. \end{aligned}$$

Portanto, sabendo que o raio da Terra mede 6.730 km, vem

$$D = \frac{\pi}{9} \cdot 6.730 \text{ km}.$$

06 E

Considere a figura.

A cada 5 minutos corresponde um ângulo

$$\text{de } \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ. \text{ Logo, } \theta + \alpha = 30^\circ,$$

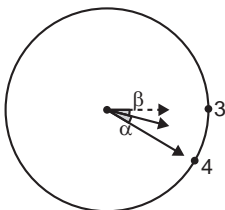
sendo  $\theta$  o resultado pedido.

Por outro lado, como o ângulo  $\theta$  corresponde ao deslocamento do ponteiro das horas, em 20 minutos, segue que

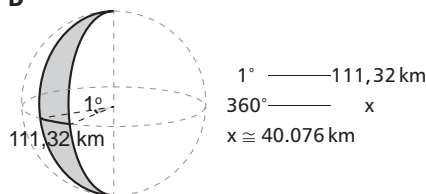
$$\theta = \frac{20 \text{ min} \cdot 30^\circ}{60 \text{ min}} = 10^\circ.$$

Desse modo,

$$10^\circ + \alpha = 30^\circ \Leftrightarrow \alpha = 20^\circ = \frac{\pi}{9} \text{ rad}.$$



07 D



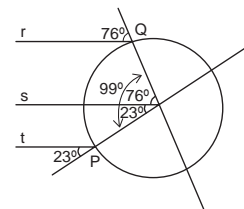
$$\begin{aligned} 1^\circ &\text{ --- } 111,32 \text{ km} \\ 360^\circ &\text{ --- } x \\ x &\cong 40.076 \text{ km} \end{aligned}$$

08 A

$$\frac{360^\circ}{99^\circ} \Leftrightarrow \frac{40.000 \text{ km}}{x}$$

$$x = \frac{99}{360} \cdot 40.000 \text{ km}$$

$$x = \frac{11}{40} \cdot 40.000 \text{ km} = 11.000 \text{ km}$$



09 B

Vamos admitir que o arco MP mede aproximadamente  $30^\circ$ . Então, se  $x$  é a distância em km, entre as duas cidades, temos:  $\frac{360^\circ}{\pi \cdot 12.750 \text{ km}} = \frac{30^\circ}{x}$

$$x = \frac{1}{12} \cdot 3,14 \cdot 12.750 \text{ km}$$

$$x \cong 3.300 \text{ km}$$

10 C

Seja 6 horas e  $x$  minutos a hora marcada no relógio.

O ângulo  $\alpha$  percorrido pelo ponteiro das horas em  $x = 55 + \frac{30^\circ - \alpha}{6}$  minutos, é tal que

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{55 + \frac{30^\circ - \alpha}{6}}{2} \Leftrightarrow 2\alpha = 55 + \frac{30^\circ - \alpha}{6} \\ &\Leftrightarrow 13\alpha = 360^\circ \\ &\Leftrightarrow \alpha = \frac{360^\circ}{13}. \end{aligned}$$

Portanto,

$$\alpha = \frac{x}{2} \Leftrightarrow x = 2 \cdot \frac{360}{13}$$

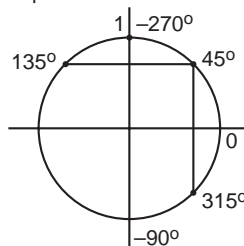
$$\Leftrightarrow x = \frac{720}{13}$$

$$\Leftrightarrow x = 55 \frac{5}{13}.$$

### BLOCO 06

01 -4

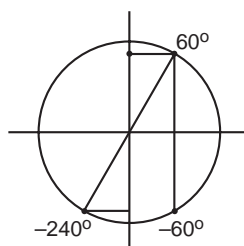
1ª parte:



$$\text{sen}(-270^\circ) = 1$$

$$\text{sen}(495^\circ) = \text{sen}(135^\circ + 360^\circ) = \text{sen} 135^\circ = \text{sen}(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{sen}(675^\circ) = \text{sen}(315^\circ + 360^\circ) = \text{sen}(315^\circ) = -\text{sen} 45^\circ = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$



$$\sin(240^\circ) = -\sin 60^\circ = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin(-420^\circ) = \sin(-60^\circ - 360^\circ) = \sin(-60^\circ)$$

$$= -\sin 60^\circ = \frac{-\sqrt{3}}{2} \text{ e } \sin(-90^\circ) = \sin(270^\circ) = -1$$

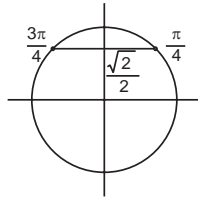
Daí:

$$E = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)}{\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) + (-1)} = \frac{1}{\frac{3}{4} - 1} = E = \frac{1}{-\frac{1}{4}} = -4$$

**02** A)  $2 \cdot \sin x - \sqrt{2} = 0; x \in [0, 2\pi]$

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{4} \text{ ou } x = \frac{3\pi}{4}$$

$$S = \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right\}$$



B)  $2 \sin x - 4\sqrt{3} = 0; x \in [0, 2\pi]$

$$\sin x = 2\sqrt{3} \rightarrow \text{não existe } x \in \mathbb{R}, \text{ pois } -1 \leq \sin x \leq 1.$$

C)  $\sin x = 0; x \in [0, 2\pi] \rightarrow x = 0 \text{ ou } x = \pi \text{ ou } x = 2\pi$

$$S = \{0, \pi, 2\pi\}$$

D)  $\sin x = 1; x \in [0, 2\pi] \rightarrow x = \frac{\pi}{2}$

$$S = \left\{ \frac{\pi}{2} \right\}$$

**03** E

$$f(x) = 900 - 800 \cdot \sin(\theta); \theta = \frac{\pi}{12} \cdot x$$

$$\sin \theta = \frac{900 - f(x)}{800} \rightarrow -1 \leq \frac{900 - f(x)}{800} \leq 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow -800 \leq 900 - f(x) \leq 800 \rightarrow$$

$$\rightarrow -1.700 \leq -f(x) \leq -100 \rightarrow 1.700 \geq f(x) \geq 100 \rightarrow$$

$$\rightarrow 100 \leq f(x) \leq 1.700$$

$$\text{Então, } 1.700 - 100 = 1.600$$

**04** A

$$h(t) = 11,5 + 10 \cdot \sin\left[\frac{\pi}{12} \cdot (t - 26)\right] \rightarrow$$

$$\rightarrow h(t) = 11,5 + 10 \cdot \sin\left[\frac{\pi}{12} \cdot t - \frac{13\pi}{6}\right]$$

A)  $h(0) = 11,5 + 10 \cdot \sin\left[\frac{-13\pi}{6}\right] =$

$$= 11,5 - 10 \cdot \sin\left[\frac{13\pi}{6}\right] = 11,5 - 10 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6} + 2\pi\right) =$$

$$= 11,5 - 10 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 11,5 - 10 \cdot \frac{1}{2} = 11,5 - 5 = 6,5$$

**05** A

$$y = 11,5 + 10 \cdot \sin\left[\frac{\pi}{12} \cdot t - \frac{13\pi}{6}\right]$$

Sendo  $\frac{\pi}{12} \cdot t - \frac{13\pi}{6} = \theta$ , temos que:

$$y = 11,5 + 10 \cdot \sin \theta \rightarrow \sin \theta = \frac{y - 11,5}{10} \rightarrow$$

$$\rightarrow -1 \leq \frac{y - 11,5}{10} \leq 1 \rightarrow -10 \leq y - 11,5 \leq 10 \rightarrow 1,5 \leq y \leq 21,5$$

Logo, a altura mínima é 1,5 m e a máxima é 21,5 m.

**06** C

$$750 = 800 - 100 \cdot \sin\left[\frac{(t+3)\pi}{6}\right] \rightarrow$$

$$\rightarrow 100 \cdot \sin\left[\frac{(t+3)\pi}{6}\right] = 50 \rightarrow \sin\left[\frac{(t+3)\pi}{6}\right] = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \frac{(t+3)\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou } \frac{(t+3)\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\rightarrow (t+3) = 1 + 12k \text{ ou } (t+3) = 5 + 12k$$

$$\rightarrow t = 12k - 2 \text{ ou } t = 12k + 2; k \in \mathbb{Z}$$

$$k = 0 \rightarrow t = 2, \text{ pois } t = -2 \text{ não convém}$$

$$k = 1 \rightarrow t = 10, \text{ pois } t = 14 \text{ não convém}$$

$$k = 2 \rightarrow t = 22 \text{ e } t = 26 \text{ que não convém}$$

$$\text{Obs.: } 0 \leq t \leq 11; t \in \mathbb{Z}$$

Resp.: Os meses são novembro e março.

**07** B

$$P = 800 - 100 \cdot \sin\left[\frac{(t+3)\pi}{6}\right] \text{ assume o seu valor mínimo quando}$$

$$\sin\left[\frac{(t+3)\pi}{6}\right] = 1. \text{ Isto é:}$$

$$\frac{(t+3)\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \rightarrow \frac{(t+3)}{6} = \frac{1}{2} + 2k \rightarrow$$

$$\rightarrow t + 3 = 3 + 12k \rightarrow t = 12k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Então: } k = 0 \rightarrow t = 0$$

$$k = 1 \rightarrow t = 12 \text{ (não convém, pois o último mês ocorrerá quando } t = 11).$$

Daí, somente em janeiro teremos uma população mínima.

**08** A

Sabemos que a lei de F é  $F(x) = 20 + 10 \sin(x)$ .

Portanto, como  $F(0) = 20$  e  $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 20 + 10 = 30$ , segue que a alternativa [A] apresenta o gráfico de F no intervalo  $[0, 3]$ .

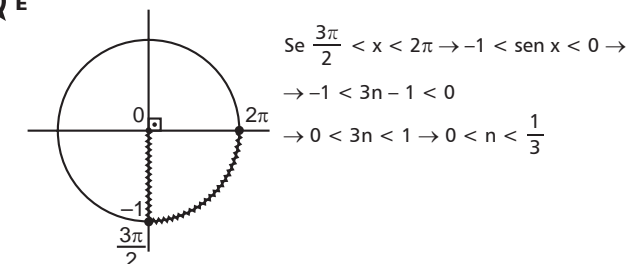
**09** D

$$y = 1 + 2 \sin x \rightarrow \sin x = \frac{y-1}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow -1 \leq \frac{y-1}{2} \leq 1 \rightarrow -2 \leq y-1 \leq 2 \rightarrow -1 \leq y \leq 3$$

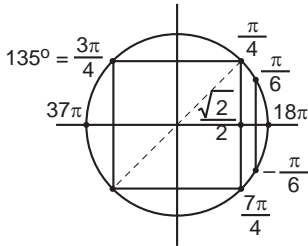
$$\text{Daí: } \text{Im}(f) = [-1, 3]$$

**10** E



**BLOCO 07**

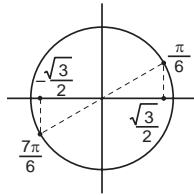
01 A)



$$\frac{\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{2} \cdot \cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) - \cos(37\pi)}{\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) \cdot \cos\left(\frac{67\pi}{6}\right) \cdot \cos(18\pi)} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - (-1)}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos\left(\frac{7\pi}{6} + 10\pi\right) \cdot (1)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + 1 + 1}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{-3} = -\frac{10}{3}$$

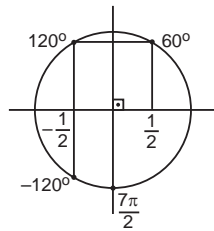


B)

$$\frac{3\sqrt{2} \cdot \sin(135^\circ + 360^\circ) + \cos(120^\circ)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + 2\pi\right) + \cos(60^\circ + 4 \cdot 360^\circ)} =$$

$$= \frac{3\sqrt{2} \cdot \sin(135^\circ) + \left(-\frac{1}{2}\right)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) + \cos(60^\circ)}$$

$$= \frac{3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}}{-1 + \frac{1}{2}} = \frac{3 - \frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}} = \frac{5}{2} = -5$$



02  $k \in \left[1, \frac{9}{5}\right]$

Suponha que exista  $x \in \mathbb{R}$  tal que:

$$\cos x = \frac{5k-7}{2} \rightarrow -1 \leq \frac{5k-7}{2} \leq 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow -2 \leq 5k-7 \leq 2 \rightarrow 5 \leq 5k \leq 9 \rightarrow 1 \leq k \leq \frac{9}{5}$$

$$k \in \left[1, \frac{9}{5}\right]$$

03  $\sin x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$  e  $\cos x = -\frac{1}{3}$

Dados:  $x \in 2^\circ$  quadrante  $\rightarrow \sin x > 0$

$$\begin{cases} 6 \cdot \cos x + 3\sqrt{2} \cdot \sin x = 2 \\ \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \end{cases} \sim \begin{cases} \cos x = \frac{2-3\sqrt{2} \sin x}{6} \\ \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \end{cases}$$

Substituindo:

$$\sin^2 x + \left(\frac{2-3\sqrt{2} \cdot \sin x}{6}\right)^2 = 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow \sin^2 x + \frac{4-12\sqrt{2} \cdot \sin x + 18 \cdot \sin^2 x}{36} = 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow 36 \sin^2 x + 4 - 12\sqrt{2} \cdot \sin x + 18 \cdot \sin^2 x = 36$$

$$\rightarrow 54 \cdot \sin^2 x - 12\sqrt{2} \cdot \sin x - 32 = 0$$

$$\rightarrow 27 \cdot \sin^2 x - 6\sqrt{2} \cdot \sin x - 16 = 0$$

Fazendo  $\sin x = y$ , temos:

$$27y^2 - 6\sqrt{2}y - 16 = 0$$

$$\Delta = 72 + 1.728 = 1.800$$

$$y = \frac{6\sqrt{2} \pm 30\sqrt{2}}{54} \begin{cases} y = \frac{36\sqrt{2}}{54} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \\ y = \frac{-24\sqrt{2}}{54} = \frac{-4\sqrt{2}}{9} \text{ (não convém)} \end{cases}$$

Daí:

$$\sin x = \frac{2\sqrt{2}}{3} \rightarrow \cos x = \frac{2 - 3\sqrt{2} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3}}{6} = \frac{2-4}{6} = -\frac{1}{3}$$

04 A

Perigeu: ( $\cos \alpha = 1$ )

$$h = \left\{-64 + \left[\frac{7980}{105}\right]\right\} \times 10^2 = 1.200 \text{ km}$$

Apogeu: ( $\cos \alpha = -1$ )

$$h = \left\{-64 + \left[\frac{7980}{95}\right]\right\} \times 10^2 = 2.000 \text{ km}$$

05 E

$$1580 = \left\{-64 + \frac{7980}{(100+5 \cos \alpha)}\right\} \times 100$$

$$\frac{7980}{(100+5 \cos \alpha)} = 15,80 + 64 \rightarrow$$

$$\rightarrow 100 + 5 \cos \alpha = \frac{7980}{79,80} = 100$$

$$5 \cos \alpha = 0 \rightarrow \cos \alpha = 0 \rightarrow \alpha = 90^\circ \text{ ou } \alpha = 270^\circ$$

06 D

$$T(t) = 26 + 5 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{12} \cdot t + \frac{4\pi}{3}\right)$$

A) (Falsa). Pois  $T(0) = 26 + 5 \cdot \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) = 26 + 5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$   
 $T(0) = 23,5^\circ\text{C}$

B) (Falsa). Período =  $\frac{2\pi}{\frac{\pi}{12}} = 24 \text{ h}$

C) (Falsa).  $T_{\text{máx}} = 26 + 5 \cdot 1 = 31^\circ\text{C}$

D) (Verdadeira). A temperatura máxima é atingida quando:

$$\cos\left(\frac{\pi}{12}t + \frac{4\pi}{3}\right) = 1. \text{ Isto é:}$$

$$\frac{\pi}{12}t + \frac{4\pi}{3} = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \rightarrow$$

$$\rightarrow t + 16 = 24k \rightarrow t = 24k - 16, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{e } t \in \mathbb{Z}, 0 \leq t \leq 95.$$

Daí,

$$k = 1 \rightarrow t = 14 \text{ h do primeiro dia.}$$

E) (Falsa)

07 A

1ª) Se  $t = 0 \rightarrow V(0) = 0$

Logo, os itens C e E estão eliminados, pois  $\cos\left(\frac{2\pi}{5} \cdot 0\right) = \cos(0) = 1.$

2ª) Note que o período do fenômeno é 5 s e entre as funções dos itens A, B e D somente a do item D tem período 5 s. Com efeito:

$$V(t) = 0,6 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{5} \cdot t\right)$$

$$\text{Período} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{5}} = 5 \text{ s.}$$

08 A

Se a maré alta ocorreu à meia-noite e a próxima ocorrerá ao meio-dia, então o período do fenômeno será de 12 h. Daí o item E está descartado.

Quando  $t = 0$  h a altura  $y$  da maré será 3 m.

Então,  $y = 1,515 + 1,485 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$ , pois, para  $t = 0$ ,  $\cos\left(\frac{\pi}{6} \cdot 0\right) = 1$

e  $y = 1,515 + 1,485 = 3 \text{ m.}$

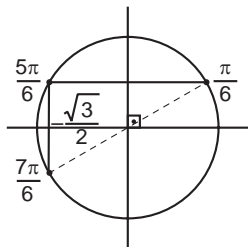
09 E

1ª Parte (na 1ª volta):  
 $2 \cos^2 x - \sqrt{3} \cdot \cos x - 3 = 0, x \in [0, 2\pi]$

Fazendo  $\cos x = y$ , temos:  
 $2y^2 - \sqrt{3} \cdot y - 3 = 0$   
 $\Delta = 3 + 24 = 27$

$$y = \frac{\sqrt{3} \pm 3\sqrt{3}}{4} \begin{cases} y = \sqrt{3} \text{ (não convém, pois } -1 \leq \cos x \leq 1) \\ y = \frac{-2\sqrt{3}}{4} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Logo,  $\cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2} \rightarrow x = \frac{5\pi}{6}$  ou  $x = \frac{7\pi}{6}$



2ª Parte: No intervalo  $[0, 40\pi]$  temos 20 voltas completas, se na 1ª volta temos 2 raízes, então em 20 voltas teremos  $20 \times 2 = 40$  raízes.

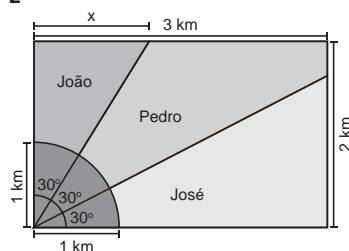
10 B

$$\frac{\sin 80^\circ}{\cos 10^\circ} \cdot \frac{\sin 20^\circ}{\cos 70^\circ} \cdot \frac{\sin 130^\circ}{\cos 40^\circ} =$$

$$= \frac{\cos 10^\circ}{\cos 10^\circ} \cdot \frac{\cos 70^\circ}{\cos 70^\circ} \cdot \frac{\sin 50^\circ}{\cos 40^\circ} = \frac{\cos 40^\circ}{\cos 40^\circ} = 1$$

## DE OLHO NA REVISÃO

01 E



1ª)  $\text{tg } 30^\circ = \frac{x}{2}$

$$x = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$x \cong 2 \cdot (0,58)$$

2ª) Área do João =  $\frac{1,16 \cdot 2}{2}$

$$\text{Área do João} = 1,16 \text{ km}^2$$

3ª)  $\frac{\text{Área do João}}{A_{\text{Total}}} = \frac{1,16}{2 \cdot 3}$

$$= \frac{1,16}{2} \cong 19\%$$

02 B

Seja K a distância percorrida no eixo x pelo ponto Q. No triângulo P'EO, temos:

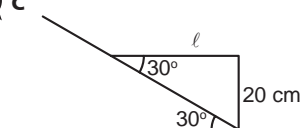
$$\cos \theta = \frac{r - K}{r} \rightarrow r \cdot \cos \theta = r - K \rightarrow$$

$$\rightarrow K = r(1 - \cos \theta), \text{ onde } \theta = \frac{d}{r} \text{ rad.}$$

Logo,

$$K = r \cdot (1 - \cos(\frac{d}{r}))$$

03 C

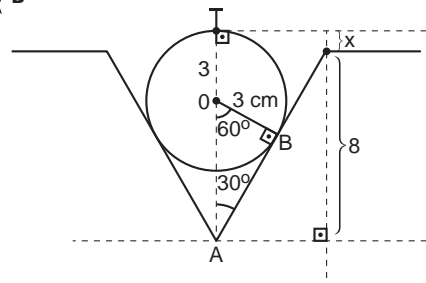


Seja n o número de degraus da escada e  $\ell$  o comprimento do degrau.

$$\text{tg } 30^\circ = \frac{20}{\ell} \cdot \ell = 20\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$n = \frac{280\sqrt{3}}{20\sqrt{3}} = 14$$

04 B



1ª)  $\sin 30^\circ = \frac{3}{\overline{OA}} \rightarrow \overline{OA} = 6 \text{ cm}$

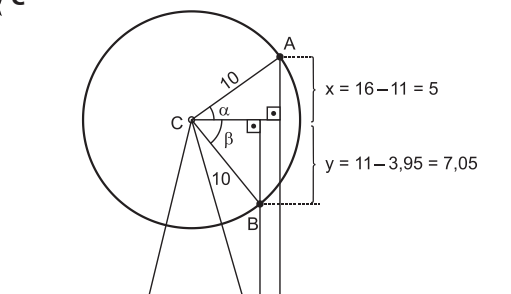
2ª)  $8 + x = \overline{OA} + 3 \rightarrow 8 + x = 6 + 3 \rightarrow x = 1 \text{ cm}$

05 C

$(\text{sen} \alpha)^2 + (\text{cos} \alpha)^2 = 1 \rightarrow (3/5)^2 + (\text{cos} \alpha)^2 = 1 \rightarrow (\text{cos} \alpha)^2 = 16/25 \rightarrow$   
 $\rightarrow \text{cos} \alpha = 4/5$  pois  $\alpha$  é ângulo agudo.

$\text{Tg} \alpha = \text{sen} \alpha / \text{cos} \alpha \rightarrow \text{tg} \alpha = 3/4$ . Então,  $3/4 = 36/x \rightarrow x = 48$ .

06 C



$$\text{sen} \alpha = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

$$\text{sen} \beta = \frac{7,05}{10} = 0,705 \Rightarrow \beta = 45^\circ$$

Portanto,  $\widehat{AOB} = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$ .

07 C

Chamaremos de  $\theta$  a medida do ângulo de inclinação da rampa, daí podemos escrever:

$\text{tg} \theta = \frac{1}{2,86} = 0,349$ , ou seja, aproximadamente 0,344. Nessas condições, o ângulo de inclinação desse trecho da rua Baldwin é mais próximo de  $19^\circ$ .

08 C

Considerando os ângulos formados por duas retas paralelas e uma transversal, e sabendo que ângulos alternos internos são congruentes, temos

$$\text{tg} \alpha = \frac{6}{6 \cdot 10} \Rightarrow \text{tg} \alpha = 0,1.$$

Portanto, de acordo com a tabela, o arco cuja tangente mais se aproxima de 0,10 é  $6^\circ$ .

09 C

A hipotenusa do triângulo retângulo isósceles de catetos 4 m mede  $4\sqrt{2}$  m. Portanto, o resultado é  $8 \cdot 4\sqrt{2} = 32\sqrt{2}$  m.

10 D

O mês de produção máxima ocorre quando o preço é mais baixo. O valor mínimo de  $P(x)$  ocorre quando o cosseno em questão é mínimo, ou seja, igual a  $-1$ .

$$\cos\left(\frac{\pi x - \pi}{6}\right) = -1$$

Isso ocorre quando o ângulo é  $\pi$ .

$$\frac{\pi x - \pi}{6} = \pi$$

$$\pi x - \pi = 6\pi \therefore x = 7$$

$x = 7$  corresponde ao mês de julho.

# Resoluções de Exercícios

## MATEMÁTICA V

Capítulo  
01

Conhecimentos Numéricos  
Sequências

### EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

#### BLOCO 01

01 C

De acordo com as informações, temos que a evolução do número de diabéticos corresponde à sequência (150, 180, 210, 240, 270, 300, 330, ...) Portanto, o mundo terá 300 milhões de pessoas com diabetes no ano de  $2004 + 5 \cdot 4 = 2024$

02 B

$\text{MMC}(3,4) = 12$   
Múltiplos de 12 são múltiplos de 3 e de 4 ao mesmo tempo.  
Múltiplos de 12 entre 50 e 100 (60, 72, ..., 84, 96).  
Utilizando a fórmula do termo geral da P.A., temos:  
 $96 = 60 + (n-1) \cdot 12$   
(em que  $n$  é o número de múltiplos de 12 entre 50 e 100)  
 $36 = (n-1) \cdot 12 \Rightarrow n-1 = 3 \Rightarrow n = 4$ .

03 A



$X + 10 + x + x - 10 = 390 \Rightarrow 3x = 390 \Rightarrow x = 130$   
A P.A. então será determinada por: (140, 130, 120, ...)  
E seu vigésimo termo será dado por:  $a_{20} = 140 + 19 \cdot (-10) = -50$

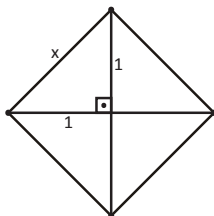
04 D

O lado do quadrado da figura 1:  $x$   
Portanto:  $x^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$  cm

Os lados dos quadrados formam uma P.A. de razão  $r = \sqrt{2}$ .

Logo, o lado do vigésimo quadrado é  $20\sqrt{2}$  cm.

Sua área então será dada por:  
 $A = (20\sqrt{2})^2 = 800$  cm<sup>2</sup>.



#### BLOCO 02

01 A

Como  $a_7$  é o termo médio da progressão aritmética, segue-se que  $78 = a_7 + 13$  e, portanto, temos  $a_7 = 6$ .

02 B

Sejam  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{20})$  as vinte primeiras prestações do empréstimo.

Na P.A. acima temos:  $a_1 + a_{20} = a_2 + a_{19}$ , portanto a soma dos 20 primeiros parcelas pode ser escrita do seguinte modo:

$$\frac{(a_2 + a_{19})}{2} \cdot 20 = 4200$$

$$3800 + a_{19} = 4200$$

$$a_{19} = 400$$

Determinando agora a razão  $r$  da P.A., temos:

$$a_{19} = a_2 + 17 \cdot r$$

$$400 = 3800 + 17r$$

$$17r = -3400$$

$$r = -200$$

Portanto, a razão da P.A. é  $-200$ .

03 D

2012: 1 400  
2013: 2 000  
2014: 2 600  
2015: 3 200  
.  
2019: 5 600

(F) A sequência é uma P.A. de razão 600.

(V) Calculando a soma dos termos da P.A., temos:  
 $\frac{(1400 + 5600)}{2} \cdot 8 = 28000$

(F) A redução do ano de 2015 foi de 3 200.

#### BLOCO 03

01

A)  $a_{12} = 4 \cdot 2^{11} = 2^2 \cdot 2^{11} = 2^{13}$   
B)  $a_{12} = -24 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{11} = \frac{-24}{6^{11}}$   
C)  $a_{12} = 10 \cdot (-3)^{11} = -10 \cdot 3^{11}$

02 A

A única PG que obedece às condições da questão é (1, 2, 4, 8, 16, 32).  
Portanto, com certeza esta pessoa apostou no número 1.

03 E

A sequência é uma P.G. de razão  $\frac{5}{9}$

$$\left\{1, \frac{5}{9}, \left(\frac{5}{9}\right)^2, \left(\frac{5}{9}\right)^3, \left(\frac{5}{9}\right)^4, \dots\right\}$$

$$\text{O quinto termo é } \left(\frac{5}{9}\right)^4 = \frac{625}{6561}$$

#### BLOCO 04

01 B

Sabemos que no primeiro dia o raio da mancha era de  $\frac{2}{2} = 1$  m.

Se o aumento verificado no 1º dia é de 1 m então o aumento no 2º dia será de  $\frac{1}{5}$  m. Assim, o raio da mancha, a cada dia, é dado pelos

$$\text{termos da série } 1, 1 + \frac{1}{5}, 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{25}, \dots$$

Portanto, a medida do raio da mancha no 10º dia foi de:

$$1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{10}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{5^{10} - 1}{5^{10}} = \frac{5^{10} - 1}{4 \cdot 5^9} \text{ m.}$$

02 C

Os comprimentos das ramificações, em metros, constituem a progressão geométrica  $\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \dots\right)$ , cujo primeiro termo é 1 e a razão vale  $\frac{1}{2}$ .

Queremos calcular a soma dos dez primeiros termos dessa sequência, ou seja,

$$S_{10} = a_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = 1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1 - \frac{1}{2^{10}}}{\frac{1}{2}} = 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2^{10}}\right).$$

## BLOCO 05

01 E

Área do círculo maior:  $A = \pi \cdot 1^2 = \pi$

O raio do segundo círculo é  $\frac{1}{2}$  do raio do primeiro, portanto a segunda

área será  $A_2 = \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4}$ .

A sequência das infinitas áreas é uma P.G. de razão  $q = \frac{1}{4}$ .

Daí, a soma dos infinitos termos desta sequência será dada por:

$$S = \frac{\pi}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4\pi}{3}$$

02 B

Comprimento de uma semicircunferência de raio  $r$ :  $\frac{2\pi r}{2} = \pi \cdot r$

Logo, a soma pedida será dada por:

$$S = \pi \cdot 1 + \pi \cdot 2 + \pi \cdot 4 + \pi \cdot 8 + \dots$$

$$S = \pi \cdot (1 + 2 + 4 + 8 + \dots)$$

$$S = \pi \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} \rightarrow S = 2 \cdot \pi$$

03 A

$$y_1, y_2, y_3, \dots, y_n, \dots = \log x_1 + \log x_2 + \log x_3 + \log x_4 + \dots + \log x_n + \dots$$

$$y_1, y_2, y_3, \dots, y_n, \dots = \log x_1 + \log(x_1 \cdot q) + \log(x_1 \cdot q^2) + \log(x_1 \cdot q^3) + \dots + \log(x_1 \cdot q^{n-1}) + \dots =$$

$$y_1, y_2, y_3, \dots, y_n, \dots = \log x_1 + (\log x_1 + \log q) + (\log x_1 + \log q^2) + (\log x_1 + \log q^3) + \dots + (\log x_1 + (\log q^{n-1})) + \dots$$

$$y_1, y_2, y_3, \dots, y_n, \dots = \log x_1 + (\log x_1 + \log q) + (\log x_1 + 2 \cdot \log q) + (\log x_1 + 3 \cdot \log q) + \dots + (\log x_1 + (n-1) \log q) + \dots$$

A sequência  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n, \dots$  é uma P.A. de razão  $\log q$ .

## BLOCO 06

01 D

I. **Falsa.** O número de pessoas que procuraram Postos e Centros de Saúde cresceu em progressão geométrica de razão 2

II. **Verdadeira.** Observando que o número de pessoas que procuraram clínicas privadas cresce, anualmente, segundo uma progressão aritmética de primeiro termo 4 200 e razão 1 200 concluímos que o total de pessoas que procuraram atendimento nessas clínicas, de

$$2001 \text{ a } 2011, \text{ é igual a } \frac{4 \cdot 200 + 4 \cdot 200 + 10 \cdot 1 \cdot 200}{2} \cdot 11 = 112 \cdot 200$$

III. **Verdadeira.** O número de atendimentos em clínicas odontológicas decresce segundo uma progressão aritmética de razão  $-3$  e primeiro termo igual a 857. Desse modo, o número de atendimentos nessas clínicas em 2011 foi de  $857 + 10 \cdot (-3) = 827$

02

Sejam  $C$  e  $i$ , respectivamente, o capital e a taxa de juros anual.

Temos  $15 \cdot 200 = C(1+i)^3$  e  $17 \cdot 490 = C(1+i)^4$ . Logo,

$$17 \cdot 490 = C(1+i)^3(1+i) \Leftrightarrow 17 \cdot 490 = 15 \cdot 200(1+i)$$

$$\Leftrightarrow i = \frac{1 \cdot 749}{1 \cdot 520} - 1$$

$$\Leftrightarrow i = 15,07\%$$

Portanto, o resultado pedido é 15.

03 A

Como  $S_n$  é a soma dos  $n$  primeiros termos de uma progressão geométrica de primeiro termo igual a  $\frac{1}{3}$ , e razão também igual a  $\frac{1}{3}$  temos:

$$S_n = \frac{1}{3} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{1}{3^n}\right)$$

Portanto,

$$S_n > \frac{4}{9} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right) > \frac{4}{9}$$

$$\Leftrightarrow 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n > \frac{8}{9}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^n < \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow n > 2,$$

isto é, o menor valor natural de  $n$  para o qual  $S_n > \frac{4}{9}$  é  $n = 3$ .

## BLOCO 07

01 c

Dado que os termos da sequência  $A$  satisfazem a regra  $\frac{a_n}{a_{n-1}} = k$ , segue que  $A$  é uma progressão geométrica.

Sabendo que o vídeo foi visto por aproximadamente 100 milhões de espectadores, segue que  $S_6 = 10^8$ . Logo, como  $a_1 = 10^5$ , vem

$$10^8 = \frac{10^5 \cdot (k^6 - 1)}{k - 1} \cdot K^5 + K^4 + K^3 + K^2 + K + 1 = 1 \cdot 000.$$

Desse modo, se  $k \in ]2, 3[$ , então  $k^5 + k^4 + k^3 + k^2 + k + 1 > 1 \cdot 000$  para  $k = 3$ . Contudo,  $3^5 + 3^4 + 3^3 + 3^2 + 3 + 1 = 364 < 1 \cdot 000$  e, portanto,  $k \in ]2, 3[$

Analogamente, se  $k \in ]3, 4[$ , então  $k^5 + k^4 + k^3 + k^2 + k + 1 > 1 \cdot 000$  para  $k = 4$ . De fato,  $4^5 + 4^4 + 4^3 + 4^2 + 4 + 1 = 1 \cdot 365 > 1 \cdot 000$ . Por conseguinte,  $k \in ]3, 4[$ .

Reescrevendo os termos de  $A$  em função de  $a_1$  e  $k$ , obtemos

$$A = (a_1, a_1 \cdot k, a_1 \cdot k^2, a_1 \cdot k^3, a_1 \cdot k^4, a_1 \cdot k^5).$$

$$\text{Daí, } S_6 = a_1 \cdot (1 + k + k^2 + k^3 + k^4 + k^5) = 10^8.$$

## EXERCITANDO HABILIDADES

### BLOCO 01

01 A

Sequência de Fibonacci:

$$1^{\circ} \ 2^{\circ} \ 3^{\circ} \ 4^{\circ} \ 5^{\circ} \ 6^{\circ} \ 7^{\circ} \ 8^{\circ} \ 9^{\circ} \ 10^{\circ} \ 11^{\circ} \ 12^{\circ}$$

↓

$$S: (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, \dots)$$

Resposta: 143 pares.

### BLOCO 02

01 A

$$T_2 - T_1 = 2$$

$$T_3 - T_2 = 3$$

$$T_4 - T_3 = 4$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$T_{100} - T_{99} = 100$$

$$T_{100} - T_1 = 2 + 3 + 4 + \dots + 100$$

$$T_{100} - 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100$$

$$T_{100} = \frac{100 \cdot (1 + 100)}{2} = 5 \cdot 050$$

02 E

Sequência:  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$

$$1, 4, 10, 20, 3,$$

1º modo: P.A. de 3ª ordem.

1ª parte:

$$d_1 = 4 - 1 = 3$$

$$d_2 = 10 - 4 = 6$$

$$d_3 = 20 - 10 = 10$$

$$d_4 = 35 - 20 = 15$$

⋮

2ª parte: Sequência:  $(d_1, d_2, d_3, d_4, \dots)$

$$f_1 = d_2 - d_1 = 6 - 3 = 3$$

$$f_2 = d_3 - d_2 = 10 - 6 = 4$$

$$f_3 = d_4 - d_3 = 15 - 10 = 5$$

⋮

3ª parte: Note que a sequência  $(f_1, f_2, f_3, \dots) = (3, 4, 5, \dots)$

é uma P.A de razão 1, então:

$$f_4 = 6 \rightarrow d_5 - d_4 = 6 \rightarrow d_5 = 6 + d_4 \rightarrow d_5 = 6 + 15 = 21$$

$$\text{Daí: } a_6 - a_5 = 21 \rightarrow a_6 - 35 = 21 \rightarrow a_6 = 56$$

### 03 Triângulo de Pascal:

$$p = 0 \quad p = 1 \quad p = 2 \quad p = 3 \quad p = 4$$

$$\text{linha } n = 0 \rightarrow 1$$

$$\text{linha } n = 1 \rightarrow 1 \quad 1$$

$$\text{linha } n = 2 \rightarrow 1 \quad 2 \quad 1$$

$$\text{linha } n = 3 \rightarrow 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1$$

$$\text{linha } n = 4 \rightarrow 1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1$$

$$\text{linha } n = 5 \rightarrow 1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1$$

Números binomiais:

$$\binom{0}{0}$$

$$\binom{1}{0} \quad \binom{1}{1}$$

$$\binom{2}{0} \quad \binom{2}{1} \quad \binom{2}{2}$$

$$\binom{3}{0} \quad \binom{3}{1} \quad \binom{3}{2} \quad \binom{3}{3}$$

$$\binom{4}{0} \quad \binom{4}{1} \quad \binom{4}{2} \quad \binom{4}{3} \quad \binom{4}{4}$$

$$\binom{5}{0} \quad \binom{5}{1} \quad \binom{5}{2} \quad \binom{5}{3} \quad \binom{5}{4} \quad \binom{5}{5}$$

Alguns padrões:

1ª) Soma dos elementos numa mesma linha:

$$S_0 = 1; S_1 = 2; S_2 = 4; S_3 = 8, \dots, S_n = 2^n$$

2ª) Soma dos elementos de uma mesma coluna:

$$p = 0$$

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

Exemplos:

$$P = 0 \rightarrow \binom{0}{0} + \binom{1}{0} + \binom{2}{0} + \binom{3}{0} + \binom{4}{0} = \binom{5}{1}$$

$$P = 2 \rightarrow \binom{2}{2} + \binom{3}{2} + \binom{4}{2} = \binom{5}{3}$$

3ª) Exemplo: Soma dos  $n$  primeiros números naturais.

Coluna  $p = 1$

1
2
3
4

10

Em geral:

$$\binom{1}{1} + \binom{2}{1} + \binom{3}{1} + \dots + \binom{n}{1} = \binom{n+1}{2} = \frac{(n+1) \cdot n}{2}$$

4ª) Sequência dos números tetraédricos:

coluna  $p = 3$

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1

Seq: 1, 4, 10, 20, 35, 56, ...

Obs.: Nível 6 terá 56 bolas

5ª) Relação de Stifel:

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1

$$\binom{n}{p-1} + \binom{n}{p} = \binom{n+1}{p}$$

## BLOCO 03

### 01 E

O montante da dívida após 2 meses é  $800 \cdot (1 + 0,05)^2 = \text{R\$ } 882,00$ .  
Pagando R\$ 400,00, o saldo devedor fica em  $882 - 400 = \text{R\$ } 482,00$ . Portanto, o valor do último pagamento é igual a  $482 \cdot (1 + 0,05) = \text{R\$ } 506,10$ .

## TAREFA DE CASA

### BLOCO 01

#### 01 A) $a_4 = 192$

$$a_1 = 4$$

$$a_2 = 2^2 + 2 \cdot a_1 = 4 + 2 \cdot 4 = 4 + 8 = 12$$

$$a_3 = 2^3 + 3 \cdot a_2 = 8 + 3 \cdot 12 = 8 + 36 = 44$$

$$a_4 = 2^4 + 4 \cdot a_3 = 16 + 4 \cdot (44) = 16 + 176 = 192$$

$$\text{B) } a_4 = \frac{2 \cdot 4 - 5}{4 + 1} = \frac{3}{5}$$

#### 02 P.A.: $(12, 18, 24, \dots, 996)$

$$a_n = 996 \rightarrow 12 + (n-1) \cdot 6 = 996$$

$$(n-1) \cdot 6 = 996 - 12 = 984$$

$$n-1 = 164 \rightarrow n = 165$$

$$\begin{array}{r|l} 984 & 6 \\ 38 & 164 \\ 24 & \\ (0) & \end{array}$$

#### 03 c

$$\left(\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \dots, 10\right)$$

P.A. de razão  $\frac{1}{8}$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot R$$

$$10 = \frac{1}{8} + (n-1) \cdot \frac{1}{8}$$

$$10 = \frac{1}{8} = \frac{n}{8} - \frac{1}{8}$$

$$\frac{n}{8} = 10 \Rightarrow n = 80$$

$$79 \cdot 3 = 237 \text{ s}$$

Obs.: 79, pois os primeiros 3 segundos foi a partir do 2º termo.

**04 A**P.A.  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{64}) = (3, 6, 9, 12, \dots, a_{64})$ 

Cuidado com o percurso do tabuleiro, pois o termo  $a_{64}$  está no canto esquerdo da última linha. Então, o ponto de interrogação será ocupado pelo termo  $a_{57}$  da P.A, portanto, devemos colocar nesta casa a seguinte quantidade de arroz:

$$a_{57} = a_1 + 56 \cdot R \rightarrow$$

$$a_{57} = 3 + 56 \cdot 3 = 3 + 168 \rightarrow a_{57} = 171$$

**05 D**Admitindo  $n$  como o número de mulheres, temos:  $52 - n$  homens.

Se a primeira mulher convidar 7 homens, a segundo mulher convidar 8 homens e assim por diante, a mulher  $n$  convidará  $52 - n$  homens. Temos então uma P.A de razão 1 e primeiro termo 7.

$$52 - n = 7 + (n - 1) \cdot 1 \Rightarrow 2n = 46 \Rightarrow n = 23.$$

Então, na reunião havia 23 mulheres e  $52 - 23 = 29$  homens.**06 C**

Sabendo que  $a_n - a_{n-1} = 0,3$  para todo  $1 < n \leq 30$ , com  $n$  natural, segue que as notas dos alunos, em ordem crescente, constituem uma progressão aritmética de razão 0,3. Além disso, como  $a_{30} = 9,2$ , vem  $9,2 = a_1 + 29 \cdot 0,3 \Leftrightarrow a_1 = 0,5$ .

Queremos calcular o maior valor de  $n$  para o qual se tem  $a_n < 6$ . Logo,

$$0,5 + (n - 1) \cdot 0,3 < 6 \Leftrightarrow n - 1 < \frac{5,5}{0,3}$$

$$\Rightarrow n < 18,3 + 1$$

$$\Rightarrow n < 19,3,$$

ou seja,  $n = 19$ .**07 C**

1ª contratações em janeiro;

$$a_1 = 880\ 605 - 4\ 300$$

$$a_1 = 876\ 305$$

2ª O termo geral de uma

P.A com  $a_1 = 876\ 305$ ,  $R =$ 

$$= 4\ 300 \text{ e } ax = y \text{ é:}$$

$$y = a_1 + (x - 1) \cdot R$$

$$y = 876\ 305 + (x - 1) \cdot 4\ 300$$

$$y = 872\ 005 + 4\ 300x$$

**08 D**As distâncias percorridas pelo corredor constituem a progressão aritmética  $(3; 3,5; 4; \dots; 10)$ .

Se  $n$  denota o número de dias para que o planejamento seja executado, temos que  $10 = 3 + (n - 1) \cdot 0,5 \Leftrightarrow 7 \cdot 2 = n - 1 \Leftrightarrow n = 15$ .

**09 B**

Jorge alugou, diariamente,  $0,8 \cdot 100 = 80$  cadeiras e  $0,8 \cdot 50 = 40$  guarda-sóis. Logo, sabendo que os números de cadeiras, cadeiras & guarda-sóis e guarda-sóis alugados por dia, nessa ordem, formam uma progressão aritmética, obtemos  $(c, 80 - c, g)$ , com

$$80 - c = 40 - g \Leftrightarrow g = c - 40.$$

Assim, da progressão aritmética  $(c, 80 - c, g)$ , vem

$$2 \cdot (80 - c) = c + g \Leftrightarrow 160 - 2c = c + c - 40$$

$$\Leftrightarrow c = 50$$

e, portanto,

$$g = 50 - 40 = 10.$$

Daí, como o custo de Jorge foi de  $100 \cdot 35 + 50 \cdot 80 = R\$ 7.500,00$  e a receita obtida durante os 92 dias foi de

$$(50 \cdot 5 + 30 \cdot 13 + 10 \cdot 10) \cdot 92 = R\$ 68.080,00,$$

segue que o lucro líquido foi de  $68\ 080 - 7\ 500 = R\$ 60.580,00$ **10 C**Seja  $r$  a razão da progressão aritmética.

Se o valor da 1ª prestação é R\$ 500,00 e o da 12ª é R\$ 2.150,00, então

$$2\ 150 = 500 + 11 \cdot r \Leftrightarrow r = \frac{1\ 650}{11} = 150.$$

Portanto, o valor da 10ª prestação é

$$500 + 9 \cdot 150 = R\$ 1.850,00.$$

**BLOCO 02****01 B**

Considerando a P.A. na ordem dada, temos:

$$P.A. (5x - 5, x + 14, 6x - 3)$$

Utilizando a propriedade de uma P.A, temos:

$$x + 14 = \frac{5x - 5 + 6x - 3}{2} \Rightarrow 2x + 28 = 11x - 8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -9x = -36 \Rightarrow x = 4$$

Logo, a P.A. será  $(15, 18, 21)$ .

Portanto, a soma dos três números será:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 15 + 18 + 21 = 54$$

**02 D**

Os valores doados constituem uma progressão aritmética de primeiro termo igual a 350 e razão 50. Logo, se  $n$  é o número de microempresas que participaram da campanha, então

$$16\ 500 = \left[ 350 + \frac{(n - 1) \cdot 50}{2} \right] \cdot n \Leftrightarrow n^2 + 13n - 660 = 0$$

$$\Rightarrow n = 20$$

**03 E**

Os números inteiros compreendidos entre 100 e 400, que possuem o algarismo das unidades igual a 4, formam uma P.A de razão 10.  $(104, 114, 124, 134, \dots, 384, 394)$

Determinando o número  $n$  de termos dessa P.A., temos:

$$394 = 104 + (n - 1) \cdot 10 \Rightarrow n = 30$$

Calculando, agora, a soma destes 30 termos, temos:

$$\frac{(104 + 394) \cdot 30}{2} = 7\ 470$$

**04 B**

As multas relacionadas formarão uma P.A. de 11 termos e de razão 500  $(500, 1\ 000, 1\ 500, \dots, a_{11})$ .

$$\text{Onde, } a_{11} = 500 + 10 \cdot 500 = 5\ 500$$

Calculando a soma dos 11 primeiros termos dessa P.A., temos:

$$S = \frac{(500 + 5\ 500) \cdot 11}{2} = 33\ 000$$

**05 D**Para 4 unidades:  $38\% + 15\% = 53\%$ .Para 5 unidades:  $53\% + 16\% = 69\%$ .**06 D**

As quantidades dos elementos, em cada linha, também formam uma P.A.  $(1, 3, 5, 7, \dots)$

$$\text{Total e elementos da linha 9: } x = 1 + 8 \cdot 2 = 17$$

$$\text{Total de elementos até a linha 9: } S = \frac{(1 + 17) \cdot 9}{2} = 81$$

A sequência  $(q, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, \dots)$  é uma P.A de razão 3.

Portanto, o primeiro elemento da linha 10 será o octagésimo segundo elemento da P.A. acima.

$$a_{82} = 1 + 81 \cdot 3 = 244$$

**07 B**PA:  $(a_1, a_2, a_3, a_{10})$ 

$$1^\circ) a_{10} = 5 + 9 \cdot 4 = 41$$

$$2^\circ) S_{10} = \frac{10 \cdot (5 + 41)}{2} = 10 \cdot 23 = 230 \text{ bolitas}$$

**08 B**

As árvores plantadas a cada dia depende das outras derrubadas neste dia, isto é:

$$D_1 = 1 \text{ árvore derrubada} \rightarrow P_1 = 2 \cdot (1) - 1 = 1 \text{ árvore plantada}$$

$$D_2 = 2 \text{ árvores derrubadas} \rightarrow P_2 = 2 \cdot (2) - 1 = 3 \text{ árvores plantadas}$$

$$D_3 = 3 \text{ árvores derrubadas} \rightarrow P_3 = 2 \cdot (3) - 1 = 5 \text{ árvores plantadas}$$

$$\vdots$$

$$D_n = n \text{ árvores} \rightarrow P_n = 2n - 1$$

Então, se o total de árvores derrubadas for 1 275, teremos:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = 1.275 \rightarrow \frac{n \cdot (1+n)}{2} = 1.275 \rightarrow$$

$$\rightarrow (n+1) = 2.550 = 255 \cdot 10 \rightarrow$$

$$\rightarrow (n+1) = 51 \cdot 5 \cdot 10 = 51 \cdot 50 \rightarrow n = 50$$

Consequentemente,  $P_{50} = 2 \cdot 50 - 1 = 99$  e o número de árvores plantadas será igual a:

$$P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_{50} = \frac{50(1+99)}{2} = 2.500.$$

**09 D**

1ª parte:

$$\text{MMC}(8,6) = 24 \text{ dias}$$

2ª parte: Em 3 anos, isto é:  $3 \cdot 365$  dias, o encontro simultâneo ocorrerá:

$$\frac{3 \cdot 365}{24} \cong 45,625 \text{ vezes, portanto } 45 \text{ vezes.}$$

**10 D**

Temos que, na décima prestação, o valor devido é de 175 500. Calculando os juros, temos 1% de  $175.500 = 1.755$ . Logo, na décima prestação o valor será de  $1.755 + 500 = 2.255$ .

**BLOCO 03****01 A**

Do enunciado, conclui-se que a progressão aritmética das poltronas tem razão  $r = 4$ , primeiro termo  $a_1 = 12$  e soma igual a  $S = 300$ . Para descobrir o último termo dessa P.A., pode-se aplicar a fórmula:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r = 12 + (n-1) \cdot 4 \rightarrow a_n = 8 + 4n$$

Substituindo esta equação na fórmula de soma de todos os termos de uma P.A., tem-se:

$$S = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2} \rightarrow 300 = \frac{n \cdot (12 + 8 + 4n)}{2} \rightarrow n = 10 \text{ fileiras de poltronas.}$$

**02 B**

Seja  $a_n$  o número de trapézios na etapa  $n$ .

Vamos determinar uma fórmula para  $a_n$  em função de  $n$ . É fácil ver que  $a_1 = 0$ ,  $a_2 = 1$ ,  $a_3 = 3$  e  $a_4 = 6$ . Logo, temos

$$a_2 - a_1 = 1$$

$$a_3 - a_2 = 2$$

$$a_4 - a_3 = 3$$

$$\dots$$

$$a_{n-1} - a_{n-2} = n-2$$

$$a_n - a_{n-1} = n-1$$

Somando, vem

$$a_n - a_1 = \left( \frac{1+n-1}{2} \right) \cdot (n-1)$$

$$= \frac{n}{2} \cdot (n-1).$$

Portanto, o número de trapézios obtidos na sexta etapa é

$$a_6 = \frac{6}{2} \cdot (6-1) = 15.$$

**03 B**

O número de fiéis afro-brasileiros após  $n$  anos é dado por  $b_n = 5.500 + 1.375 \cdot n$ , com  $n$  natural.

Queremos calcular o valor de  $n$  para o qual se tem  $b_n = 16.500$ .

Desse modo, vem

$$16.500 = 5.500 + 1.375 \cdot n \Leftrightarrow 1.375 \cdot n = 11.000$$

$$\Leftrightarrow n = 8.$$

Portanto, temos  $8 \in [8, 10[$ .

**04 C**

Seja  $n$  a distância, em quilômetros, pedalada pelo ciclista no primeiro dia. Dado que o ciclista pedala 10 km a mais do que pedalou no dia anterior, vem

$$n + n + 10 + n + 20 + n + 30 + n + 40 = 310 \Leftrightarrow 5n = 210$$

$$\Leftrightarrow n = 42 \text{ km}$$

**05 C**

As distâncias diárias percorridas correspondem a uma progressão aritmética de primeiro termo 60 km e razão  $r$  km. Logo, sabendo que a soma dos  $n$  primeiros termos dessa progressão é igual a 1 560 km, e que a distância percorrida no último dia foi de 180 km, temos

$$1560 = \left( \frac{60 + 180}{2} \right) \cdot n \Leftrightarrow n = 13.$$

Portanto, segue que

$$180 = 60 + (13-1) \cdot r \Leftrightarrow r = 10 \text{ km}$$

**06 B**

$$S_9 = \frac{(10,8 + 50)}{2} = 273,6$$

**07 D**

O total da compra foi de

$$604 + 498 + 3.698 = \text{R\$ } 4.800,00.$$

Logo, sendo  $p_1$  o valor da primeira prestação, segue que

$$p_1 = \frac{4.800}{12} = \text{R\$ } 400,00$$

Sabendo que  $p_3 = \text{R\$ } 388,00$  e sendo  $p_2$  o valor da segunda prestação, temos

$$p_2 = \frac{400 + 388}{2} = \text{R\$ } 394,00$$

Em consequência, a razão  $r$  da progressão aritmética, cujos termos são as prestações do financiamento, é igual a

$$r = p_2 - p_1 = 394 - 400 = -6.$$

Portanto, o valor da última prestação é

$$p_{24} = 400 + 23 \cdot (-6) = \text{R\$ } 262,00$$

**08 A**

$$n = \frac{(1 + 2.013) \cdot 2.013}{2} = 1007 \cdot 2.013$$

Não há a necessidade de se realizar a multiplicação, pois como  $7 \cdot 3 = 21$ , já teremos que o último algarismo de  $n$  será 1.

**09 C**

Sejam  $x$ ,  $x + r$  e  $x + 2r$  as medidas, em metros, dos lados do triângulo, com  $x, r > 0$ .

Aplicando o Teorema de Pitágoras, encontramos  $x = 3r$ . Logo, os lados do triângulo medem  $3r$ ,  $4r$  e  $5r$ .

Sabendo que o perímetro do triângulo mede 6,0 m, vem

$$3r + 4r + 5r = 6 \Leftrightarrow r = \frac{1}{2}.$$

Portanto, a área do triângulo é igual a

$$\frac{3r \cdot 4r}{2} = 6 \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^2 = 1,5 \text{ m}^2$$

**10 A)**

Sabendo que a média anual de crimes é igual a 30, segue que foram cometidos  $30 \cdot 5 = 150$  crimes entre 2006 e 2010. Além disso, como  $a_2 = 40$ , temos:

$$150 = \left( \frac{a_1 + a_5}{2} \right) \cdot 5 \Leftrightarrow \frac{a_1 + a_5}{2} = 30$$

$$\Leftrightarrow a_3 = 30$$

$$\Leftrightarrow a_2 + r = 30$$

$$\Leftrightarrow r = -10.$$

B) Sejam  $e$ ,  $a$  e  $r$ , respectivamente, o número de estelionatos, o número de assassinatos e o número de roubos cometidos em 2 010.

Sabemos que  $r = e = 2a$ .

Do item (a), podemos concluir que o número de crimes cometidos em 2010 é

$$a_2 + 3r = 40 - 30 = 10.$$

Portanto,

$$e + a + r = 10 \Leftrightarrow e + \frac{e}{2} + e = 10$$

$$\Leftrightarrow e = 4.$$

- C) Dos itens anteriores, podemos concluir que o número total de crimes cometidos entre 2007 e 2010 foi de  $150 - 50 = 100$ . Portanto, o número médio de crimes cometidos entre 2007 e 2011 é dado por

$$\frac{100 + 30}{5} = 26$$

### BLOCO 04

- 01 A)  $a_{11} = 2 \cdot (4)^{10} = 2 \cdot 2^{20} = 2^{21}$   
 B)  $a_{11} = 18 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^{10} = 2 \cdot 9 \cdot \frac{1}{2^{10}} = \frac{9}{2^9}$   
 C)  $a_{11} = 3 \cdot (5)^{10} = 3 \cdot 5^{10}$   
 D)  $a_{11} = 20 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{10} = 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{10^{10}} = \frac{2}{10^9}$

### 02 B

$$\begin{cases} b_2 + b_4 = 60 \\ b_1 + b_3 = 20 \end{cases} \sim \begin{cases} b_1 \cdot q + b_1 \cdot q^3 = 60 \\ b_1 + b_1 \cdot q^2 = 20 \end{cases}$$

$$\sim \frac{b_1 \cdot q(1+q^2)}{b_1 \cdot (1+q^2)} = \frac{60}{20} = 3 \rightarrow q = 3$$

Substituindo em  $b_1 + b_1 \cdot q^2 = 20$ , obtemos:  
 $b_1 + b_1 \cdot 3^2 = 20 \rightarrow b_1 = 2$   
 Logo,  $b_4 = 2 \cdot 3^3 \rightarrow b_4 = 54$

### 03 D

$a_1$   $a_{k+2}$   
 P.G.:  $(8, \dots, \dots, 648\sqrt{3})$  de  $q = \sqrt{3}$

$$a_{k+2} = 648\sqrt{3}$$

$$8 \cdot (\sqrt{3})^{k+1} = 648\sqrt{3}$$

$$3^{\frac{k+1}{2}} = 3^4 \cdot 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{9}{2}} \rightarrow \frac{k+1}{2} = \frac{9}{2} \rightarrow k = 8$$

### 04 D

Valor inicial = R\$ 100  
 Taxa de aumento = 12% = 0,12  
 $V(1) = (1,12) \cdot 100$   
 $V(2) = (1,12)^2 \cdot 100$   
 $V(3) = (1,12)^3 \cdot 100$   
 $\vdots$   
 $V(n) = (1,12)^n \cdot 100$   
 Obtendo assim uma P.G. de razão  $q = (1,12)$

### 05 C

Seja  $S_{(n)}$  a soma dos valores da etapa  $n$ . A sequência dos  $S_{(n)}$  é uma P.G. de razão 3.  
 $S_{(1)} = 2$   
 $S_{(2)} = 6$   
 $S_{(3)} = 18$   
 $S_{(4)} = 54$   
 $\vdots$   
 $S_{(6)} = S_{(1)} \cdot 3^5 = 2 \cdot 3^5 = 486$

### 06 B

Em 2013 o valor é de 84 milhões de dólares.  
 Admitindo que  $a_n$  seja o valor do quadro no ano  $n$ , temos  
 $a_{2013} = a_{1953} \cdot q^{60} \Rightarrow 84 \cdot 10^6 = 84 \cdot q^{60} \Rightarrow q^{60} = 10^6 \Rightarrow q^{20} = 10^2$   
 $a_{2033} = a_{2013} \cdot q^{20} = 84 \cdot 10^6 \cdot 10^2 = 8,4 \cdot 10^9$

### 07 A

Sejam  $c_n$  e  $e_n$ , respectivamente, o número de colmos claros e o número de colmos escuros ao final de  $n$  etapas. Tem-se que  $e_1 = 0$  e  $e_n = 2^{n-1}$ , para  $n \geq 2$ ;  $c_1 = 1$  e  $c_n = e_{n-1}$ , para  $n \geq 2$ . Portanto, a quantidade total de colmos dessa planta, ao final de  $n$  etapas, é dada por  $c_n + e_n = 2^n - 1$ .

### 08 A

Após 15 etapas, o número de colmos escuros é igual a  $2^{15-1} = 16\,384$ , e o número de colmos claros é  $16\,384 - 1 = 16\,383$ .

### 09 C

O número total de gafanhotos mortos após  $n$  dias constitui a progressão geométrica  
 $(5, 15, 45, \dots, 5 \cdot 3^{n-1}, \dots)$

Daí, temos

$$5 \cdot 3^{n-1} = 885\,735 \Leftrightarrow 3^{n-1} = 177\,147$$

$$\Leftrightarrow 3^{n-1} = 3^{11}$$

$$\Leftrightarrow n = 12.$$

Portanto, a resposta é 12 dias.

### 10 A

Seja  $2q$  a quantidade total de ovos vendidos em janeiro. Assim, o resultado pedido é dado por

$$\frac{(1,2)^2 \cdot q}{(1,2)^2 \cdot q + (0,9)^2 \cdot q} \cdot 100\% = \frac{1,44}{2,25} \cdot 100\%$$

$$= 64\%.$$

### BLOCO 05

### 01 C

Pelo Teorema de Pitágoras aplicado no triângulo ABC encontramos facilmente  $\overline{AC} = 20$  m.

Os triângulos ABC, CDE, EFG, ... são semelhantes por AA. Logo, como a razão de semelhança é igual a  $\frac{\overline{CD}}{\overline{AB}} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$ , segue-se que

$$\overline{AC} = 20 \text{ m}, \overline{CE} = 15 \text{ m}, \overline{EG} = \frac{45}{4} \text{ m}, \dots$$

constituem uma progressão geométrica cujo limite da soma dos  $n$  primeiros termos é dado por

$$\frac{20}{1 - \frac{3}{4}} = 80 \text{ m}.$$

### 02 A)

As distâncias percorridas pela rã constituem uma progressão geométrica de primeiro termo igual a 4 e razão  $\frac{1}{2}$ . Logo, se  $n$  é o número de saltos necessários para que a rã alcance o centro, então

$$4 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = 7,5 \Leftrightarrow \frac{7,5}{8} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{16}$$

$$\Leftrightarrow n = 4.$$

B) Supondo que a rã pudesse dar tantos saltos quanto quisesse,

$$\text{teríamos } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{3}{1 - \frac{1}{2}} = 6.$$

Portanto, como  $6 < 7,5$ , concluímos que a rã não chegaria ao centro.

### 03 B

Como o número de esferas acrescentadas a cada etapa cresce segundo uma progressão geométrica de razão 2 segue que, após  $n$  etapas, o

volume ocupado pelas esferas é igual a  $0,5 \cdot 1 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1}$ . Daí, o número

de etapas necessárias para que o volume total de esferas seja maior do que o volume do recipiente é tal que

$$0,5 \cdot 1 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1} > 40 \cdot 25 \cdot 20 \Leftrightarrow 2^n > 40 \cdot 1000 + 1$$

$$\Rightarrow 2^n > 40 \cdot 2^{10} + 1$$

Como  $2^5 < 40 < 2^6$ , segue que  $n = 16$

**04 D**

Norte-Sul: P.A. (1, 3, 5, ...)

$$a_n = 1 + (n-1) \cdot 2 \Rightarrow a_n = 2n - 1$$

Como a soma do termo é 36, temos:

$$\frac{(1 + 2n - 1) \cdot n}{2} = 36 \Rightarrow n = 6$$

Leste-Oeste (n = 6)

P.G. (1, 2, 4, 8, ...)

$$S_6 = \frac{1 \cdot (2^6 - 1)}{2 - 1} = 63 \text{ km}$$

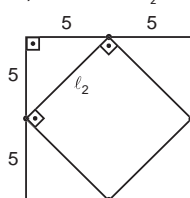
**05 D**De acordo com o texto as áreas formam uma P.G. de razão  $\frac{3}{4}$ , repre-sentada pela sequência abaixo:  $\left\{3, \frac{9}{4}, \frac{27}{16}, \frac{81}{64}, \frac{243}{256}, \dots\right\}$ 

Apresentando a fórmula do termo geral da P.G., temos:

$$a_n = 3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}, \text{ onde } \frac{3}{4} \text{ é a razão da P.G.}$$

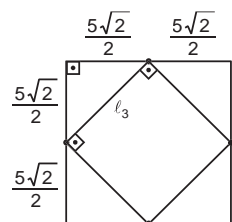
**06 C**1ª) Quadrado  $Q_1$ 

$$\text{Área } Q_1 = 10^2 = 100$$

2ª) Quadrado  $Q_2$ 

$$l_2^2 = 5^2 + 5^2$$

$$l_2^2 = 50$$

logo, Área  $Q_2 = 50$ 3ª) Quadrado  $Q_3$ 

$$l_3^2 = \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$l_3^2 = \frac{25}{2} + \frac{25}{2}$$

$$l_3^2 = 25$$

logo: Área  $Q_3 = 25$ 

$$A_1 + A_2 + A_3 + \dots = 100 + 50 + 25 + \dots = \frac{100}{1 - \frac{1}{2}} = 200$$

**07 E**Seja  $M(t)$  o montante após  $t$  anos.

$$M(1) = 1\,000 \cdot (1 + 0,10) = 1\,000 \cdot (1,10)$$

$$M(2) = 1\,000 \cdot (1,10) \cdot (1,10)$$

$$= 1\,000 (1,10)^2$$

⋮

$$M(t) = 1\,000 \cdot (1,10)^t.$$

Então, se

$$M(t) = 1.000\,000 \rightarrow 1\,000 \cdot (1,10)^t = 1.000\,000$$

$$\rightarrow (1,10)^t = 103 \rightarrow \left(\frac{11}{10}\right)^t = 10^3 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{11^t}{10^t} = 10^3 \rightarrow 11^t = 10^3 + t \rightarrow (10^{1,04})^t = 10^3 + t \rightarrow 10^{1,04 \cdot t} = 10^{3+t}$$

$$\rightarrow 1,04 \cdot t = 3 + t \rightarrow 0,04 \cdot t = 3 \rightarrow t = \frac{3}{0,04}$$

$$\rightarrow t = \frac{300}{4} = 75 \text{ anos} = \frac{3}{4} \text{ de 1 século.}$$

**08 D**1ª) Cálculo de  $\overline{BC}$  e da razão da P.G.

$$\begin{cases} \frac{\overline{BC}}{2} = \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} \rightarrow \overline{BC}^2 = 2 \cdot \overline{CD} \rightarrow \overline{CD} = \frac{\overline{BC}^2}{2} \\ \overline{BC} + \overline{CD} = 2 \end{cases}$$

Substituindo (I) em (II), temos:

$$\overline{BC} + \frac{\overline{BC}^2}{2} = 2 \rightarrow \overline{BC}^2 + 2\overline{BC} - 4 = 0$$

$$\Delta = 4 + 16 = 20$$

$$\overline{BC} = \frac{-2 + 2\sqrt{5}}{2} \rightarrow \overline{BC} = \sqrt{5} - 1$$

$$\text{Razão da P.G.: } q = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

$$2^\circ) \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DE} + \dots = \frac{2}{1 - \frac{\sqrt{5} - 1}{2}} =$$

$$= \frac{2}{\frac{3 - \sqrt{5}}{2}} = \frac{4(3 + \sqrt{5})}{(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5})} = \frac{4 \cdot (3 + \sqrt{5})}{4} = 3 + \sqrt{5}$$

**09 B**P.G.: (5 000, 5 500, 6 050,  $a_4$ ) da razão  $q$ .

$$1^\circ) q = \frac{5\,500}{5\,000} = 1,1 \rightarrow a_4 = 6\,050 \cdot (1,1) \rightarrow a_4 = 6\,655$$

2ª) O aumento de fevereiro para abril foi de:

$$6.655 - 5.500 = 1.155.$$

**10 C**P.G.:  $\left(1, 2, 4, 8, \dots, a_n\right)$ Seja  $n$  o nº de fileiras completas.

$$S_n \leq 515 \rightarrow \frac{1 \cdot (2^n - 1)}{2 - 1} \leq 515 \rightarrow 2^n \leq 516 \rightarrow n = 9$$

**BLOCO 06****01 C**

$$\begin{cases} a_2 + a_3 + a_4 = 140 \\ a_8 + a_9 + a_{10} = 8\,960 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_2(1 + q + q^2) = 140 \\ a_8(1 + q + q^2) = 8\,960 \end{cases}, \text{ onde } q \text{ é a razão}$$

da P.G.

Dividindo a segunda equação pela primeira, temos:  $q_6 = 64 \Rightarrow q = 2$ .**02 A**Os comprimentos das faixas constituem uma progressão geométrica infinita, sendo  $a_1 = m$  o primeiro termo  $q = \frac{2}{3}$  a razão.

Portanto, a soma dos comprimentos de todas as faixas é dada por

$$\lim_{x \rightarrow \infty} S_n = \frac{m}{1 - \frac{2}{3}} = 3m.$$

**03 A)**

$$A_1 = \pi \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$A_2 = \pi \left(\frac{L}{4}\right)^2$$

$$A_3 = \pi \left(\frac{L}{8}\right)^2$$

⋮

$$A_n = \pi \left(\frac{L}{2^n}\right)^2$$

B) Na primeira etapa temos 1 círculo ( $4^0$ ).

Na segunda etapa temos 4 círculos ( $4^1$ ).

Na terceira etapa temos 16 círculos ( $4^2$ ).

Logo, na etapa  $n$  temos  $4^{n-1}$  círculos.

Portanto, a soma das áreas de todos os círculos da etapa  $n$  será

$$\text{dada por: } 4^{n-1} \cdot \pi \cdot \left(\frac{L}{2^n}\right)^2 = \frac{\pi L^2}{4}$$

**04 E**

Como as parcelas crescem segundo uma progressão geométrica de razão 1,1 e primeiro termo igual a 2 000, segue que o montante pago

$$\text{foi de } 2000 \cdot \frac{(1,1)^5 - 1}{1,1 - 1} = 2000 \cdot 6,1051 \\ = \text{R\$ } 12.210,20.$$

Logo, os juros cobrados correspondem a  $12\ 210,2 - 10\ 000 =$

$$= \text{R\$ } 2.210,20 \text{ e, portanto, a taxa de juros simples na transação é igual a } \\ \frac{2\ 210,2}{10\ 000 \cdot 5} \cdot 100\% \cong 4,42\%.$$

**05 E**

Temos  $M_A = 10\ 000 \cdot (1,2)^t$  e  $M_B = 5\ 000 \cdot (1,68)^t$ . Logo,

$$10\ 000 \cdot (1,2)^t = 5\ 000 \cdot (1,68)^t \Leftrightarrow \left(\frac{1,68}{1,2}\right)^t = 2 \\ \Leftrightarrow \log(1,4)^t = \log 2 \\ \Leftrightarrow t \cdot (\log 2 + \log 7 - \log 10) = \log 2 \\ \Rightarrow t \cdot (0,3 + 0,85 - 1) \cong 0,3 \\ \Leftrightarrow t \cong \frac{0,30}{0,15} \\ \Leftrightarrow t \cong 2.$$

Portanto, os montantes se igualarão, aproximadamente, após 2 anos (ou 24 meses).

**06 C**

A Lei de Titius-Bode estabelece que  $d_n - 0,4 = 0,3 \cdot 2^{n-1}$ ,

com  $d_n$  sendo a distância heliocêntrica do planeta  $n$ , e  $n = 1$  correspondendo ao planeta Vênus.

Considerando o cinturão de asteroides, segue que o planeta Júpiter corresponde a  $n = 5$  e, portanto,

$$d_5 - 0,4 = 0,3 \cdot 2^{5-1} \Rightarrow d_5 = 5,2 \text{ UA.}$$

**07 A**

A expressão que fornece o saldo ao final de  $n$  meses é

$$600 \cdot 1,006 + 600 \cdot 1,006^2 + \dots + 600 \cdot 1,006^n = 600 \cdot 1,006 \cdot \frac{1,006^n - 1}{1,006 - 1} \\ = 603,6 \cdot \frac{1,006^n - 1}{0,006} \\ = 100.600[(1,006)^n - 1].$$

**08 E**

Seja  $C_n$  o comprimento da trajetória. Temos:

$$C_n = \pi \cdot R + \pi \cdot \frac{R}{2} + \pi \cdot \frac{R}{4} + \dots + \pi \cdot \frac{R}{2^n} + \dots,$$

que corresponde à soma dos termos de uma progressão geométrica infinita.

Portanto,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} C_n = \frac{\pi \cdot R}{1 - \frac{1}{2}} = 2 \cdot \pi \cdot R.$$

**09 E**

De acordo com as figuras temos,

$$A_n = \frac{\pi \cdot \left(\frac{r}{2^{n-1}}\right)^2 - \left(\frac{r}{2^{n-1}}\right)^2}{2} = \left(\frac{r}{2^{n-1}}\right)^2 \cdot \frac{\pi - 2}{2} = \frac{r^2(\pi - 2)}{2^{2n-1}}$$

**10 A**

A soma pedida é igual a

$$3 \cdot \left(1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots\right) = 3 \cdot \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} = 9.$$

## BLOCO 07

**01 D**

A taxa anual de juros  $i$  procurada é tal que

$$2 \cdot C = C \cdot (1 + i)^{10} \Leftrightarrow (1 + i)^{10} = 2 \\ \Leftrightarrow \log_2(1 + i)^{10} = \log_2 2 \\ \Leftrightarrow 10 \cdot \log_2(1 + i) = 1 \\ \Leftrightarrow \log_2(1 + i) = 0,1 \\ \Leftrightarrow 1 + i = 2^{0,1} \\ \Rightarrow i \cong 1,0718 - 1 \\ \Leftrightarrow i \cong 0,0718,$$

ou seja, 7,18% ao ano.

**02**

$$24 = 6 \cdot (q_A)^4 \Rightarrow q_A = \sqrt[4]{4} \Rightarrow q_A = \sqrt{2} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6]{8} \\ 85 = 11 \cdot (q_B)^6 \Rightarrow q_B \cong \sqrt[6]{7,73}$$

Como  $q_A > q_B$ , então, a velocidade de propagação no experimento A é maior que a velocidade de propagação no experimento B.

**03 A**

O preço à vista da mercadoria é igual a

$$500 + \frac{576}{1,2} + \frac{576}{(1,2)^2} = 500 + 480 + 400 \\ = \text{R\$ } 1.380,00.$$

**04 E**

A sequência é uma P.G., pois  $\frac{f(n+1)}{f(n)}$  é sempre igual, para  $n = 1, 2, 3, \dots, 87$ ;

Como a frequência dobra a cada 12 teclas, sua razão será dada por:  $2^{\frac{1}{12}}$ .

$$f(49) = 440 \\ f(1) \cdot 2^{\frac{49-1}{12}} = 440 \Rightarrow f(1) \cdot 16 = 440 \Rightarrow f(1) = 27,5.$$

**05 D**

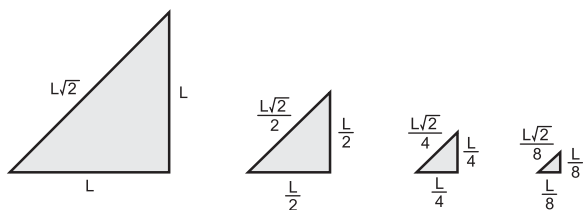
A área de cada triângulo preto decresce segundo uma progressão geométrica, cujo primeiro termo é  $\frac{1}{4}$  e cuja razão é  $\frac{1}{4}$ .

Sabendo que o produto dos valores numéricos das áreas dos triângulos, da iteração 1 até a iteração  $n$ , é igual a  $\frac{1}{2^{240}}$ , vem

$$\left(\frac{1}{4}\right)^n \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{n \cdot (n-1)}{2}} = \frac{1}{2^{240}} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{n^2+n} = \left(\frac{1}{2}\right)^{240} \\ \Leftrightarrow n^2 + n = 240 \\ \Rightarrow n = 15.$$

Portanto, como  $n = 15 = 3 \cdot 5$ , segue que  $n$  é divisível por 3.

06 D



Perímetro (01)  $\Rightarrow L + L + L\sqrt{2} = 1$

Perímetro (02)  $\Rightarrow \frac{L + L + L\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$

Perímetro (03)  $\Rightarrow \frac{L + L + L\sqrt{2}}{4} = \frac{1}{4}$

Perímetro (04)  $\Rightarrow \frac{L + L + L\sqrt{2}}{8} = \frac{1}{8}$

Logo,  $P(01) + P(02) + P(03) + P(04) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{15}{8}$ .

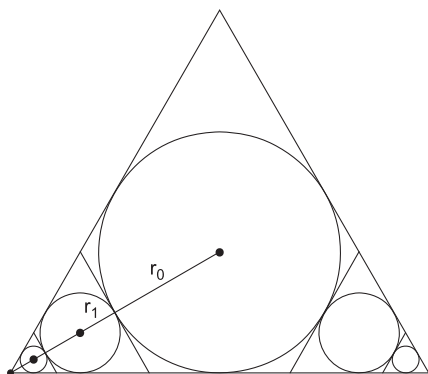
07 E

Sabendo que o número de computadores em 2001 era  $600 \cdot 10^6 = 6 \cdot 10^8$  e que esse número aumentou 10% = 0,1 a cada ano, segue que o número de computadores em 2011 é dado por

$$\begin{aligned} 6 \cdot 10^8 \cdot (1 + 0,1)^{10} &= 6 \cdot 10^8 \cdot (1,1)^{10} \\ &\cong 6 \cdot 10^8 \cdot 2,6 \\ &= 15,6 \cdot 10^8 \\ &= 1,56 \cdot 10^9, \end{aligned}$$

ou seja, aproximadamente 1,56 bilhões.

08 D



$$r_0 = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$C = 2 \cdot 2 \cdot \pi(r_1 + r_2 + r_3 + \dots) = 4\pi\left(\frac{1}{3}r_0 + \frac{1}{9}r_0 + \dots\right) + 2\pi r_0 = \frac{\frac{4}{3}\pi r_0}{1 - \frac{1}{3}} + 2\pi r_0$$

$$C = 4\pi r_0 = \frac{4\pi\sqrt{3}}{6} = \frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$$

09 B

O número de quadrados pretos que restam após a enésima iteração é dado por  $8^n$ . Portanto, após a terceira iteração, o número de quadrados pretos que restam é igual a  $8^3 = 512$ .

10 A) A sequência (1, 3, 6, 10, ...) é uma progressão aritmética de 2ª ordem, pois as diferenças entre dois termos consecutivos constituem uma progressão aritmética de primeiro termo 2 e razão igual a 1.

B) A sequência (1, 3, 6, 10, ...) não é uma progressão geométrica, pois  $\frac{3}{1} \neq \frac{6}{3}$ .

C) O número total de latas que o promotor utilizou para montar a pirâmide foi  $5 \cdot 24 = 120$ . Assim, como  $1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 21 + 28 + 36 = 120$ , segue que a pirâmide tem 8 níveis e, portanto, sua altura mede  $8 \cdot 15 = 120$  cm.

## DE OLHO NA REVISÃO

01 D

Somando os percentuais indicados em cinza:  
 $9,1\% + 13,5\% + 18,5\% + 5,5\% = 46,6\%$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} 557 \text{ milhões} \rightarrow 100\% \\ x \text{ milhões} \rightarrow 46,6\% \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{557 \cdot 46,6}{259} \Rightarrow$$

$$x = 259,562 \text{ milhões.}$$

02 C

$x$  = comprimento do peixe em cm.

$$x + 50x = 153$$

$$51x = 153$$

$$x = 3 \text{ cm}$$

O comprimento do peixe é 3 cm.

03 D

1ª cálculo dos juros:

$$J = 600 - 500 = 100 \text{ reais.}$$

2ª cálculo da taxa de juros:

$$J = \frac{C \cdot i \cdot t}{100} \rightarrow 100 = \frac{500 \cdot i \cdot 5}{100} \rightarrow i = \frac{100}{25} \rightarrow i = 4$$

Logo, a taxa foi de 4%.

04 R\$ 8.000,00

1ª Aplicação: (Juros  $J$  e Montante  $M$ )

$$J = \frac{C \cdot i \cdot 10}{100} \rightarrow J = \frac{C \cdot i}{10} \text{ reais} \rightarrow M = C + J \rightarrow 10.000,00 = C + \frac{C \cdot i}{10}$$

2ª Aplicação: Capital aplicado = 10.000,00

Montante = 13.750,00

1ª Juros

$$J = 13.750,00 - 10.000,00 = 3.750,00. \text{ Daí:}$$

$$3.750,00 = \frac{10.000 \cdot i}{100} \cdot 15 \rightarrow i = \frac{375.000}{150.000} \rightarrow i = 2,5$$

A taxa foi de 2,5% ao mês,

Substituindo,  $i = 2,5$  na 1ª equação, obtemos:

$$10.000 = C + \frac{C \cdot (2,5)}{10} \rightarrow 12,5 \cdot C = 100.000 \rightarrow C = \frac{100.000}{12,5} \rightarrow$$

$$\rightarrow C = 8.000,00$$

05 D

$$1 + i = (1,10)^3 \rightarrow i = (1,10)^3 - 1 \rightarrow i = 0,3310 = 33,10\% \text{ ao trimestre.}$$

06 A)

Considere  $v(n)$  o valor da dívida após  $n$  meses.

$$V_{(1)} = 1,1 \cdot 1000 = 1.100 \text{ reais}$$

$$V_{(2)} = (1.100) \cdot (1,1) = 1.210$$

$$V_{(3)} = 1.210 \cdot (1,1) = 1.331$$

$$1.331 \text{ reais}$$

B) O valor da dívida, após 2 meses, será de 1.210 reais com o pagamento de 500 reais, João ficará devendo  $(1.210 - 500) = 710$  reais. Este valor sofrerá um acréscimo de 10%, pois a segunda parcela só será paga após 1 mês do 1º pagamento. O valor da dívida passará a ser de  $1,1 \cdot 710 = 781$  reais. Portanto, para que João quite a dívida, a 2ª parcela deverá ser de R\$ 781,00.

07 A

A soma dos  $n$  primeiros termos da P.A. será dada por:

$$S_n = \frac{(2.020 + 2.600) \cdot n}{2}$$

$$\text{A média dos } n \text{ termos será } \frac{(2.020 + 2.600) \cdot n}{2 \cdot n} = 2.310.$$

08 C

2009 : 1 dm

2010:

2011: 2,5 cm = 25 dm

Temos então uma P.G. de três termos, determinando sua razão, temos:

$$25 = 1 \cdot q^{3-1}$$

$$25 = q^2$$

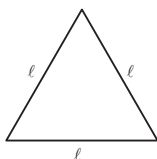
$$q = 5$$

$$q = 5.$$

Portanto, a razão de crescimento anual no período de 2 anos foi 5.

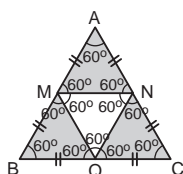
09 A

1ª)



$$\rightarrow a_1 = \frac{\ell^2 \sqrt{3}}{4}$$

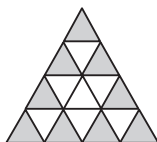
2ª)



Obs: Ligando os pontos médios de um triângulo, obtemos 4 triângulos congruentes, então:

$$a_2 = \frac{3}{4} \cdot a_1$$

3ª)



Obs: Na figura ao lado, temos 16 triângulos congruentes, então:

$$a_3 = \frac{9}{16} \cdot a_1$$

Assim, obtemos uma progressão geométrica  $(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots) =$

$$= (a_1, \frac{3}{4} a_1, \frac{9}{16} a_1, \dots) \text{ de razão } \frac{3}{4}.$$

10 B

Considere a sequência  $(a_1, a_2, a_3, \dots)$ , onde  $a_i$  é o número de indivíduos gerados no tempo  $i$ . De acordo com o texto, temos:

$$a_1 = 2$$

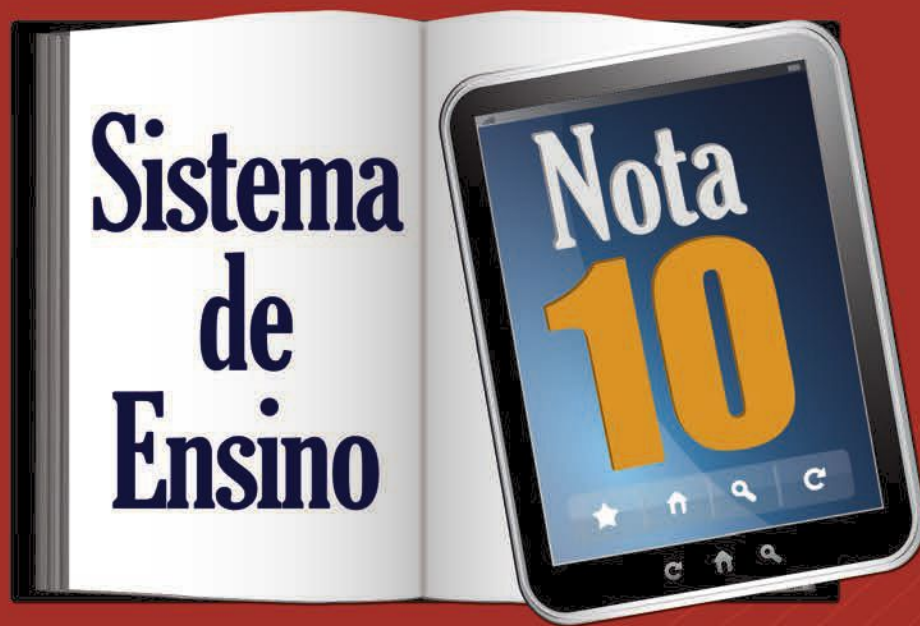
$$a_2 = 4$$

$$a_3 = 8$$

⋮

Então, para calcular o número de indivíduos gerados a partir de um único, por cissiparidade, após certo tempo, usaríamos uma P.G. de razão 2. Atenção:

Após um certo tempo  $t$  o número de indivíduos gerados será igual à soma dos termos desta P.G.



# INVESTIMENTO EM QUALIDADE EDUCACIONAL

Fascículo 025



**SMILE DISTRIBUIDORA**

Rua Pereira Filgueiras, 15 – Centro  
Fortaleza – Ceará – Brasil – CEP: 60160-150  
Fone: 85 3077.8585  
[smile@smileeditorial.com.br](mailto:smile@smileeditorial.com.br)